



Universität
Augsburg
University



Geodaten – Geoinformation – Geowissen

M2

Geoinformatik

1 Verarbeitung raumbezogener Daten

Prof. Dr. Christoph Schlieder



Geodaten im Alltag

- **Webkartographiedienst**
 - ▶ Bietet digitale „Landkarten“, die über einen Webbrowser genutzt werden
- **Funktionen**
 - ▶ Blattschnittfreie Karte, Adresssuche, ...
 - ▶ Beispiele: BayernAtlas, OpenStreetMap, ...
 - ▶ erweiterte Funktionen: 3D-Geländemodelle, ...



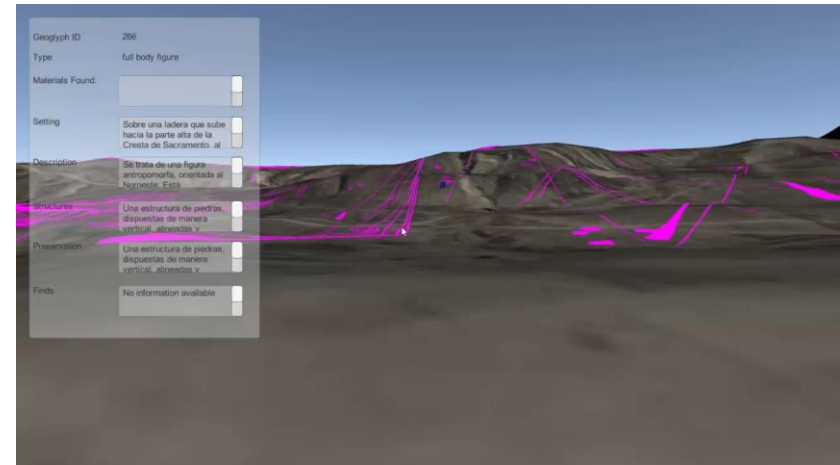
© Google Earth, Karte: SIO, NOAA,
US Navy, NGA, GEBCO, Image Landsat

Virtueller Globus von Google Earth



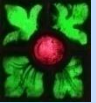
Geodatendienste in der Forschung

- Thematische Karten
 - ▶ Beispiel: HGIS, Geodaten zu den deutschen Staaten seit 1820
- Raumbezogene Analyse
 - ▶ Beispiel: Analyse von Sichtbeziehungen (Lambers, Sauerbier, 2006)
- Aufgabe
 - ▶ raumbezogene Analysen decken Regularitäten auf



Abschlussarbeit in Kulturinformatik
Universität Bamberg (Reinhard, 2016)

(CC BY-SA 3.0) Reinhard,
University of Bamberg



Verarbeitung raumbezogener Daten

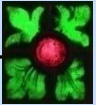
- Geodaten
 - ▶ „Daten mit einem impliziten oder expliziten Ortsbezug zur Erde“ ISO/TC221
 - ▶ explizit: Geokoordinaten
 - ▶ implizit: Toponyme
- Zugriff auf Geodaten
 - ▶ nicht-raumbezogen
z.B. Attributwertvergleich
Ortsname = Bamberg
 - ▶ raumbezogen
z.B. Umkreisanfrage
„bis zu 120 km entfernt“

Nicht-raumbezogener Zugriff auf ein raumbezogenes Merkmal

„Die Namen aller Museen in der Stadt **Bamberg.**“

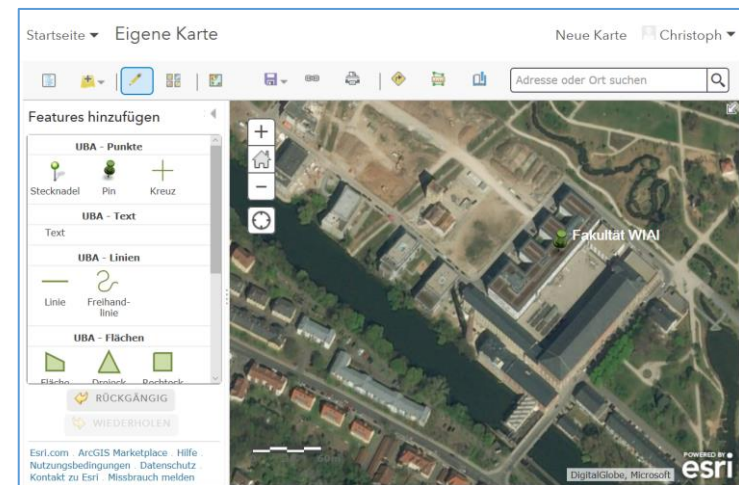
Raumbezogener Zugriff auf ein raumbezogenes Merkmal

„Die Namen aller Museen in **120 km Umkreis von Bamberg.**“



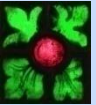
Geoinformationssysteme

- GIS
 - ▶ Ein Informationssystem, das Geodaten raumbezogen verwaltet.
- Sichtweisen
 - ▶ GIS sind Systeme zum Erstellen fachbezogener digitaler Karten
 - ▶ GIS sind Systeme zum Verwalten raumbezogener Daten
 - ▶ GIS sind Systeme zur Unterstützung raumbezogener Entscheidungen



© ESRI, www.arcgis.com
Karte: DigitalGlobe, Microsoft

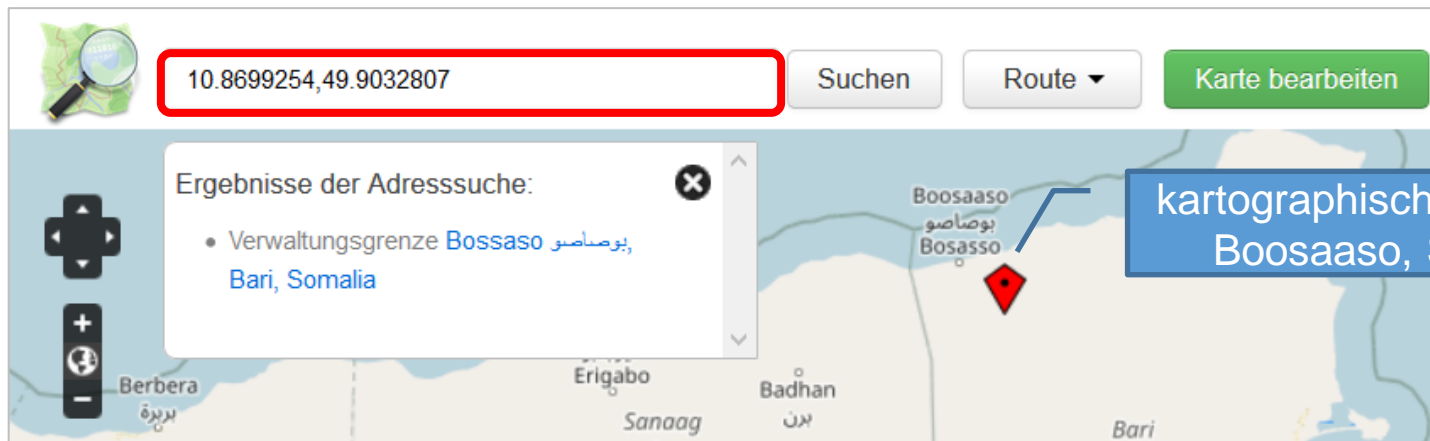
Produktbeispiel Web-GIS
ArcGIS online
www.arcgis.com



Wozu Geoinformatik-Kenntnisse?

```
1 <kml xmlns="http://www.opengis.net/kml/2.2" ...>
2   <Placemark>
3     ...
4     <Point>
5       <coordinates>
6         10.869925350869005,49.903280738834304
7       </coordinates>
8     </Point>
```

Ortskoordinaten in
Bamberg, DE



kartographischer Ort
Boosaaso, SO

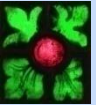


Geoinformatik in einem Modul

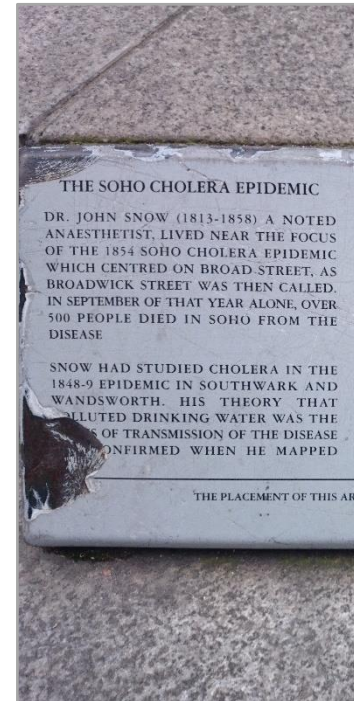
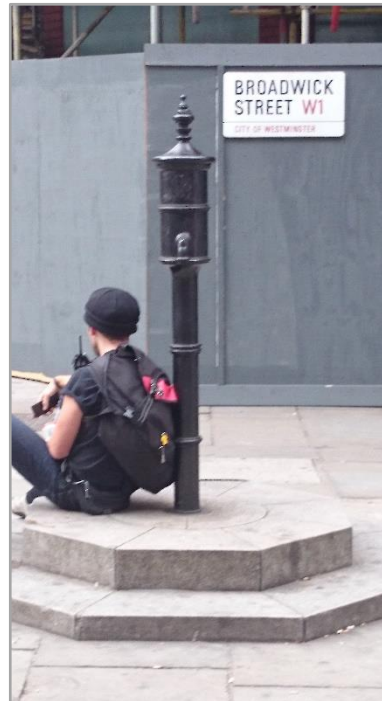
- **GeoInf-B**
 - ▶ Geo-, Geographische Informationssysteme
- **Gliederung der Inhalte**
 - ▶ Teil 1: Modellierung von Geodaten
 - ▶ Teil 2: Verfahren der raumbezogenen Analyse
 - ▶ Teil 3: Geoinformationsdienste

Studiengang	Universität
(Angewandte) Geoinformatik	Augsburg, Münster, Osnabrück, Trier
Geodäsie und Geoinformatik (Geoinformation)	Bonn, Hannover, Karlsruhe (KIT), Stuttgart, München (TU)

Momentaufnahme 2020
Bachelorstudiengänge an Universitäten
HRK-Hochschulkompass

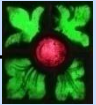


Beispiel für Geodatenanalyse



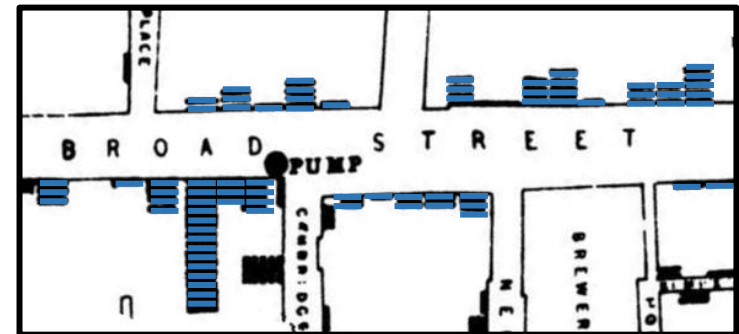
(CC BY-SA 3.0) Schlieder

Broad Street (heute: Broadwick Street)
City of Westminster, London

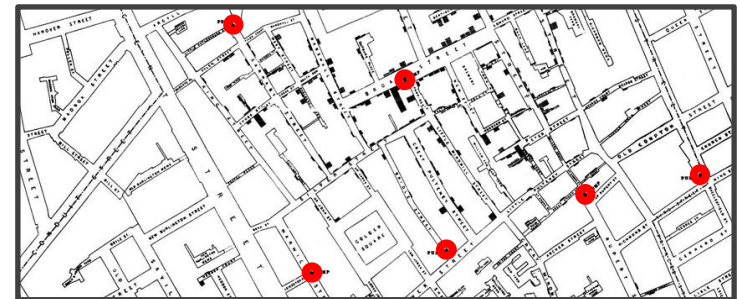


Kookkurrenzanalyse

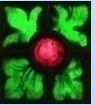
- Historisches Beispiel
 - ▶ Der Arzt Dr. John Snow untersuchte 1854 den Ausbruch der Cholera im Londoner Soho District.
- Räumliche Kookkurrenz
 - ▶ Kartierung der Todesfälle führte zur Entdeckung, dass diese sich um die Broad Street Pumpe häuften.
 - ▶ Gemeinsames räumliches Vorkommen (Kookkurrenz) führt oft auf sinnvolle Kausalhypothesen.



Sterbefälle pro Haus



Lage der Trinkwasserpumpen



Geographisches Wissen

- Data Mining
 - ▶ Knowledge Discovery Prozess (Fayyad & al., 1996)
- Geodaten
 - ▶ Fakten ohne Kontext: Zahlen, Zeichenketten
- Geoinformation
 - ▶ Insbesondere Kategorisierungen, Regularitäten
- Geowissen
 - ▶ fachliche Relevanz (**useful**, **understandable**, ...)

Geowissen
Übertragung der Cholera durch kontaminiertes Trinkwasser
Geoinformation
Häufung der Sterbezahlen in der Umgebung der Broad-St.-Pumpe
Geodaten
Sterbezahlen pro Haus und Straße Lage der Trinkwasserpumpen



Universität
Augsburg
University



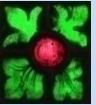
Geodaten – Geoinformation – Geowissen

M2

Geoinformatik

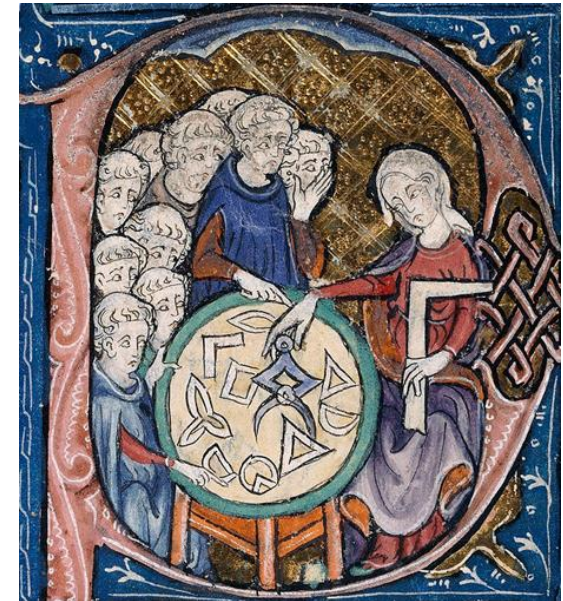
2 Geometrische Grundbegriffe: Inzidenz

Prof. Dr. Christoph Schlieder



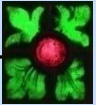
Der erste Zugang zur Geometrie

- **Axiomatischer Ansatz**
 - ▶ GR geo-metría
 - ▶ DE Erd-messung
 - ▶ bereits in der Antike axiomatisch (Euklid)
 - ▶ ausgearbeitet in Hilberts formalistischem Programm
- **Axiome**
 - ▶ legen Eigenschaften fest von Punkten und Geraden
 - ▶ „Axiome sind implizite Definitionen“



(PD) British Library, wikimedia.commons.org

Personifikation der Geometrie
in einem Manuskript (14. Jh.)
der Elemente Euklids



Inzidenzaxiome

■ Inzidenz

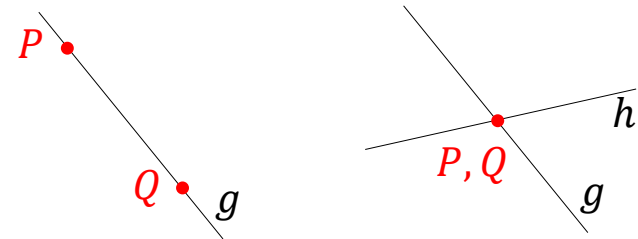
- ▶ Die Relation $i(P, g)$ drückt aus, dass der Punkt P auf der Geraden g liegt.

■ Erstes Inzidenzaxiom

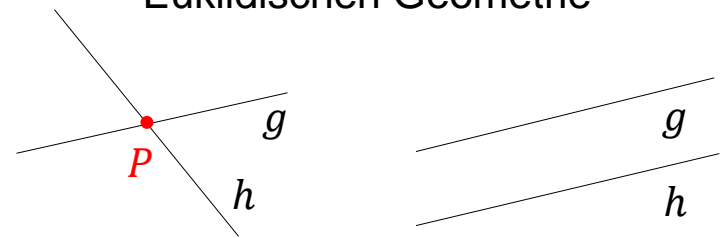
- ▶ „Zwei voneinander verschiedene Punkte ... bestimmen stets eine Gerade ...“

■ Satz aus Inzidenzaxiomen

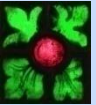
- ▶ „Zwei Geraden einer Ebene haben einen oder keinen Punkt gemein“



Erstes Inzidenzaxiom der
Euklidischen Geometrie



Satz der Euklidischen Geometrie:
Schnittpunkte von Geraden



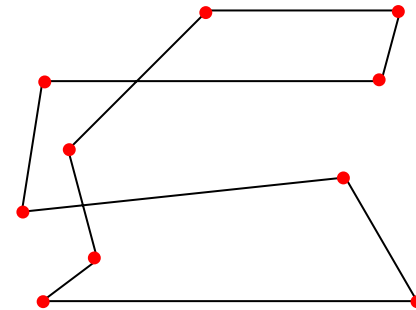
Geometrische Objekte

■ Strecke

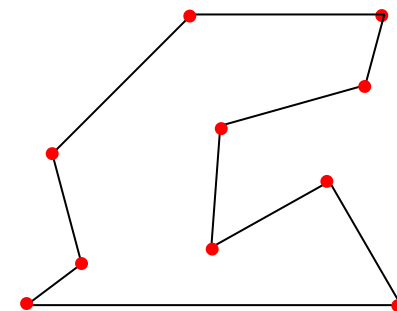
- ▶ Die **Strecke** PQ ist der durch die Punkte P und Q begrenzte Abschnitt auf der Geraden durch P und Q .

■ Polygone

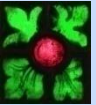
- ▶ Ein **Polygon** ist eine durch eine Folge von Punkten P_1, \dots, P_k definierte Figur.
- ▶ Die Strecken $P_i P_{i+1}$ heißen **Seiten** des Polygons
- ▶ Ein Polygon heißt **einfach**, wenn seine Strecken sich nicht überschneiden



Selbstüberschneidungen

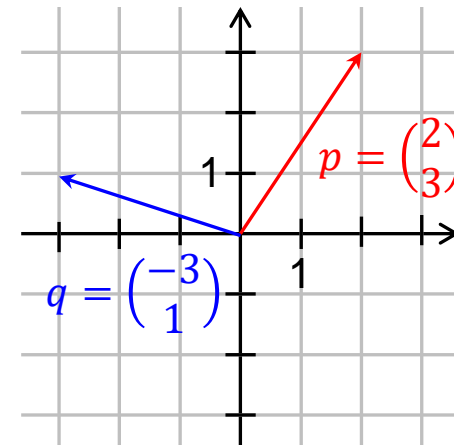


Einfaches Polygon

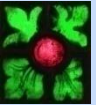


Der zweite Zugang zur Geometrie

- Analytischer Ansatz
 - ▶ Punkte durch Ortsvektoren beschreiben: Lineare Algebra als Theorie der Vektorräume
- Mathematische Modelle
 - ▶ Koordinatenkörper \mathbb{R}
 - ▶ \mathbb{R}^2 : tradition. Kartographie
 - ▶ \mathbb{R}^3 : Höhenmodelle, dynamische 2D-Karten
 - ▶ \mathbb{R}^4 : dyn. Höhenmodelle, ...
 - ▶ \mathbb{R}^n : Multispektralbilder

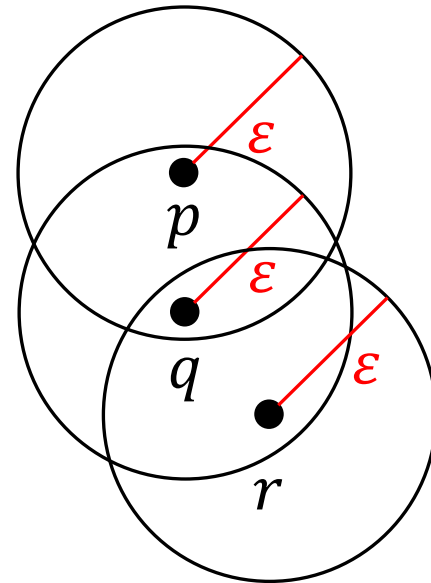


Ortsvektoren p und q im
kartesischen Koordinatensystem
des Vektorraums \mathbb{R}^2



Beschränkte Genauigkeit (1)

- Real-Arithmetik
 - ▶ Die Gleichheit der Punkte $p = (p_1, p_2)$ und $q = (q_1, q_2)$ kann nur bezogen auf einen beim Vergleich tolerierten Fehler ε überprüft werden
- Gleichheit von Punkten
 - ▶ $equal(p, q) := \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2} < \varepsilon$
 - ▶ Diese „Gleichheitsrelation“ ist nicht transitiv!



$$equal(p, q) \wedge equal(q, r) \\ \not\Rightarrow equal(p, r)$$



Universität
Augsburg
University



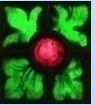
Geodaten – Geoinformation – Geowissen

M2

Geoinformatik

3 Geometrische Grundbegriffe:
Orientierung

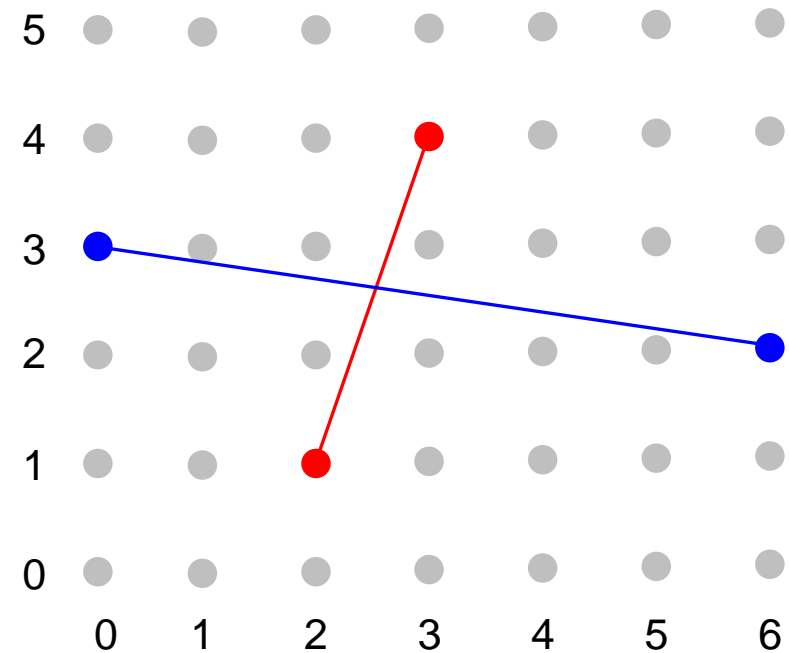
Prof. Dr. Christoph Schlieder



Beschränkte Genauigkeit (2)

■ Integer-Arithmetik

- ▶ Punkte haben Koordinaten, die sich auf Gleichheit prüfen lassen.
- ▶ $equal(p, q) := (p_1 = q_1) \wedge (p_2 = q_2)$



Schnittpunktkoordinaten $(2\frac{1}{2}, 2\frac{2}{3})$



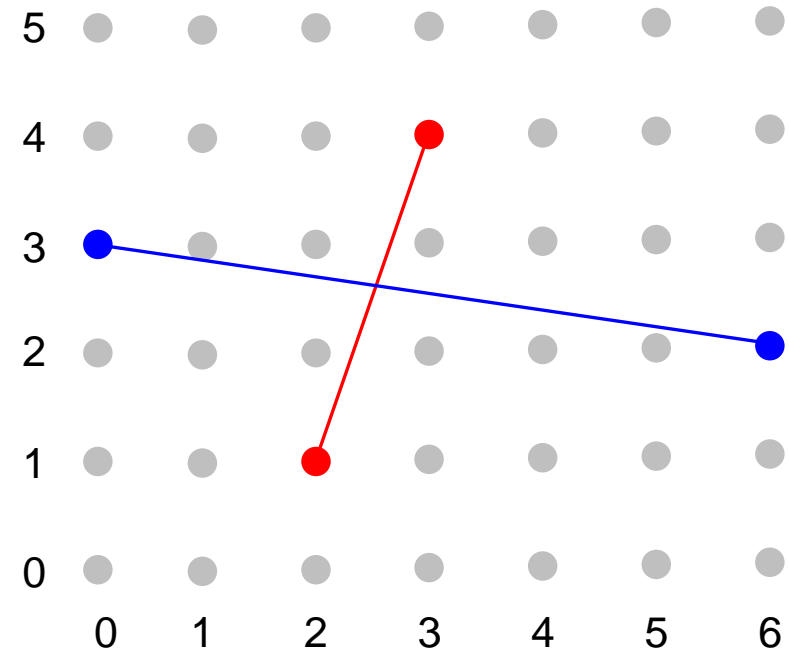
Beschränkte Genauigkeit (2)

■ Integer-Arithmetik

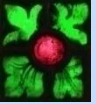
- ▶ Punkte haben Koordinaten, die sich auf Gleichheit prüfen lassen.
- ▶ $equal(p, q) := (p_1 = q_1) \wedge (p_2 = q_2)$

■ Problem

- ▶ Satz über Inzidenz: „Zwei Geraden ... haben einen oder keinen Punkt gemein.“
- ▶ Als Schnittpunkte konstruierte Punkte müssen keine Gitterpunkte sein

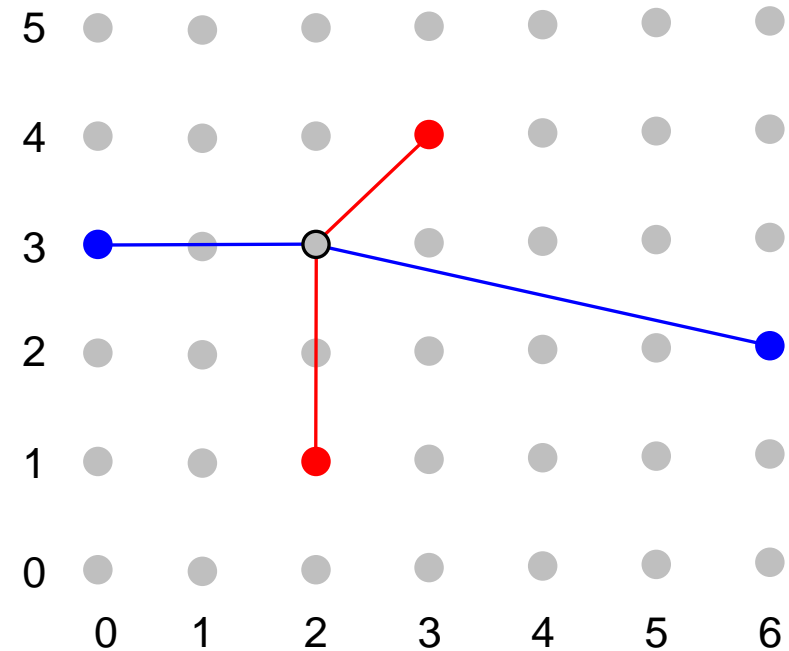


Schnittpunktkoordinaten $(2\frac{1}{2}, 2\frac{2}{3})$

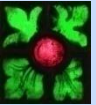


Gittergeometrie

- Einfachste Lösung
 - ▶ Neu konstruierte Punkte werden auf den nächsten Gitterpunkt gelegt.

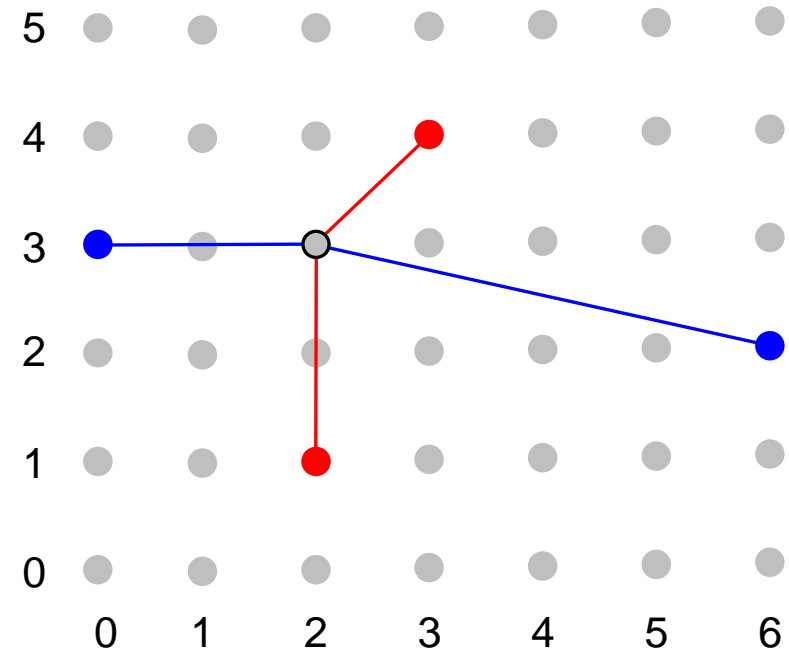


Gitter-Schnittpunkt (2,3)

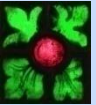


Gittergeometrie

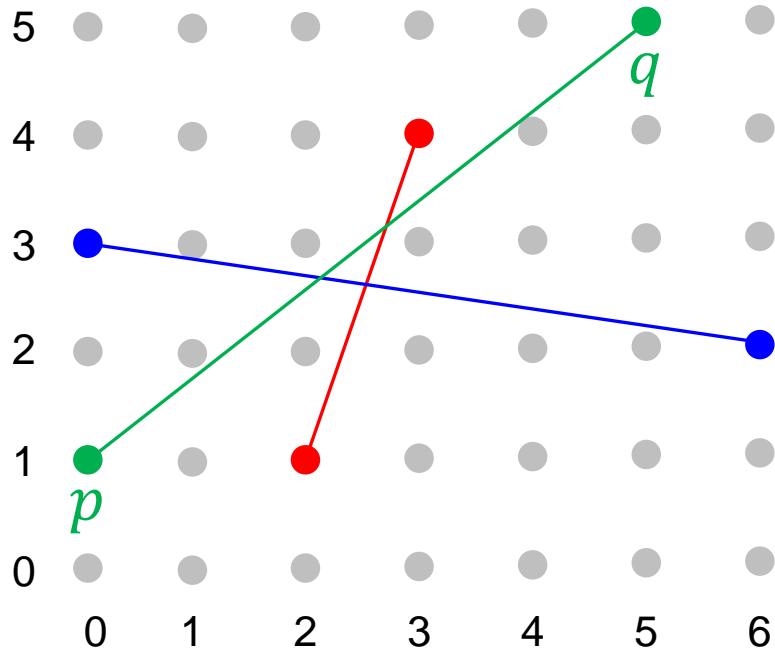
- **Einfachste Lösung**
 - ▶ Neu konstruierte Punkte werden auf den nächsten Gitterpunkt gelegt.
- **Problem**
 - ▶ nicht eindeutig: im Beispiel könnte mit gleichem Fehler (3,3) gewählt werden.
 - ▶ Es entstehen geometrisch fehlerhafte Lösungen (EN extraneous solutions)



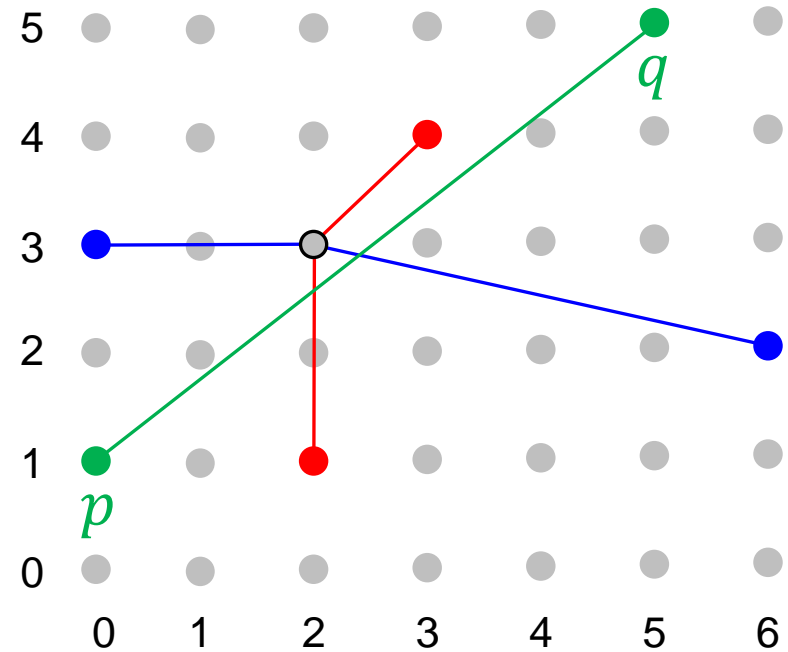
Gitter-Schnittpunkt (2,3)



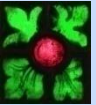
Anordnung von Punkten



geometrischer Schnittpunkt
liegt **rechts** der gerichteten Geraden pq



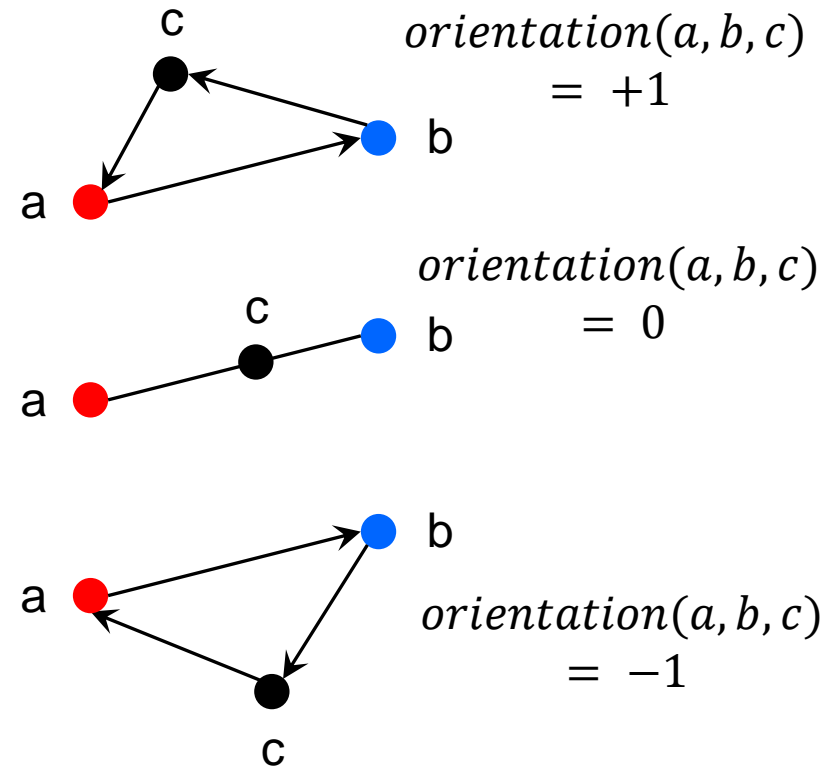
Gitter-Schnittpunkt
liegt **links** der gerichteten Geraden pq



Orientierung in der Ebene

■ Definition

- ▶ Die **Orientierung** eines Punkttupels (a,b,c) ist
- ▶ **Positiv**: Umlauf $a \rightarrow b \rightarrow c$ im Gegenuhrzeigersinn
- ▶ **Null**: a, b und c kollinear
- ▶ **Negativ**: Umlauf $a \rightarrow b \rightarrow c$ im Uhrzeigersinn





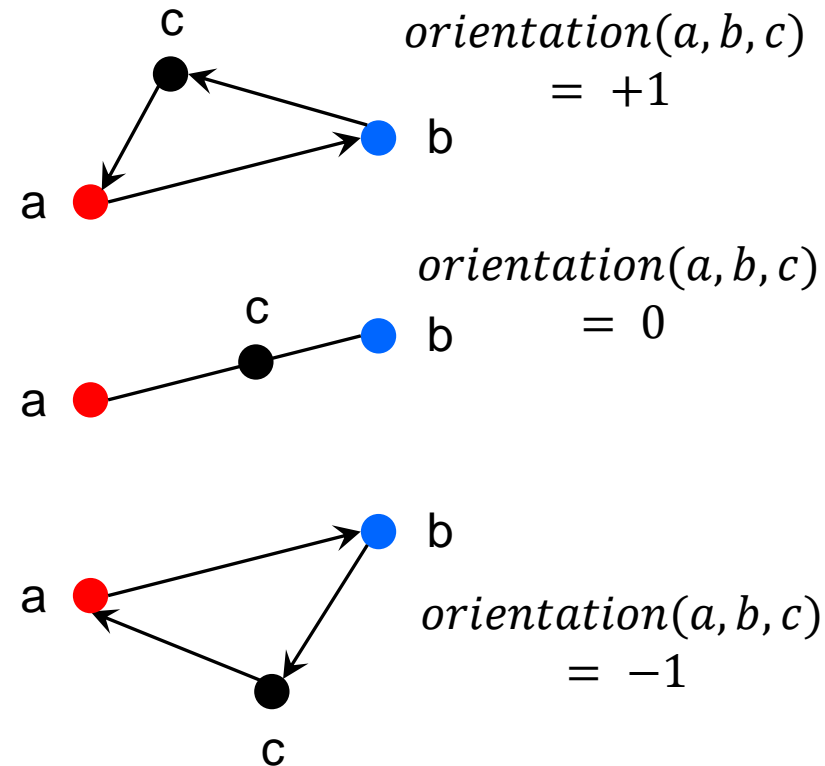
Orientierung in der Ebene

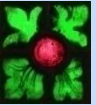
■ Definition

- ▶ Die **Orientierung** eines Punkttupels (a,b,c) ist
- ▶ **Positiv**: Umlauf $a \rightarrow b \rightarrow c$ im Gegenuhrzeigersinn
- ▶ **Null**: a , b und c kollinear
- ▶ **Negativ**: Umlauf $a \rightarrow b \rightarrow c$ im Uhrzeigersinn

■ Notation

- ▶ $orientation(a,b,c) = +1$
bzw. kurz $[a,b,c] = +$





Orientierung berechnen

■ Definition

- ▶ Seien a , b und c Punkte der Ebene mit den Koordinaten $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$ und $c = (c_1, c_2)$.
- ▶ Die Orientierung des Tripels (a, b, c) ist das Vorzeichen der Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$a_1 b_2 + b_1 c_2 + c_1 a_2$$

$$-c_1 b_2 - b_1 a_2 - a_1 c_2$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

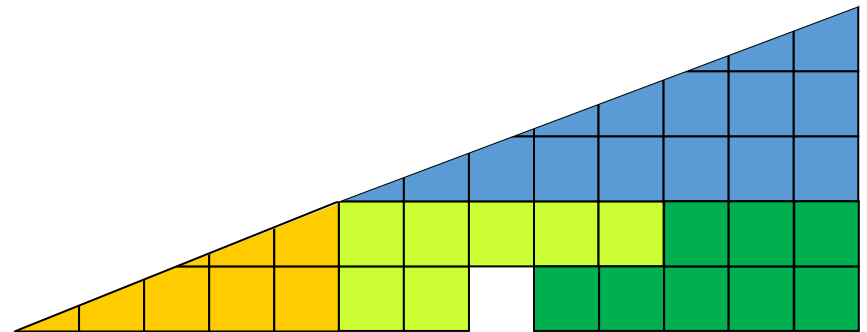
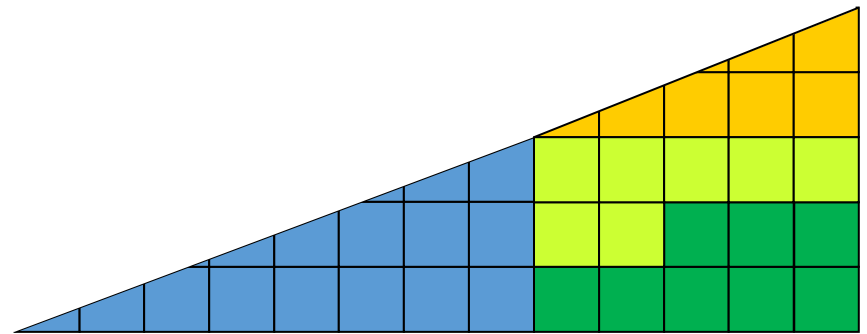
$$0 + 2 + 0 - 0 - 0 - 0 > 0$$

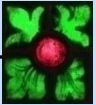


Die Anschauung kann trügen

■ Ein Puzzle

- ▶ Nebenstehendes Puzzle besteht aus vier Teilfiguren.
- ▶ Werden sie anders angeordnet, dann scheint ein Quadrat zu fehlen.
- ▶ Wie ist es verloren gegangen?
- ▶ Die Teilfiguren der oberen und unteren Figur sind deckungsgleich!

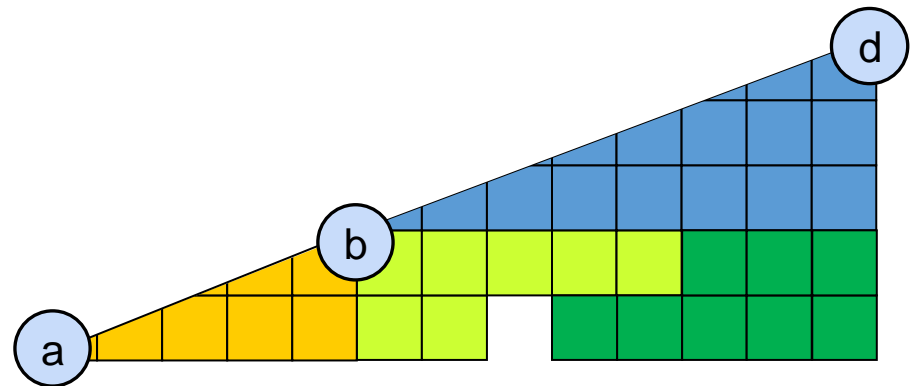
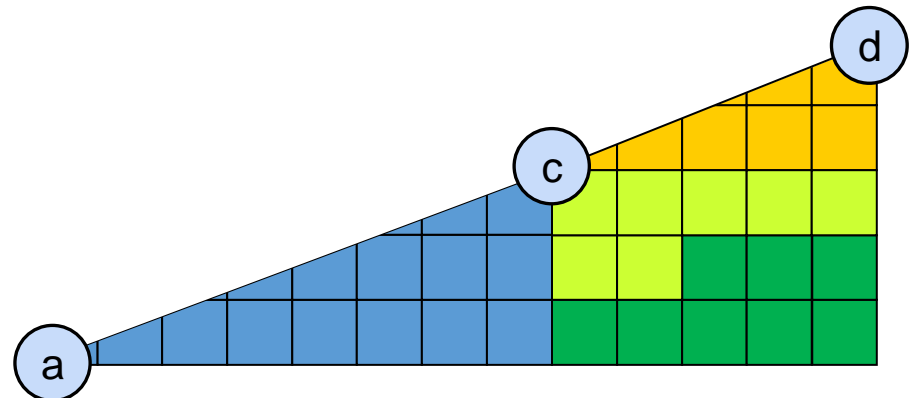


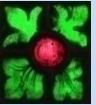


Mit Orientierungen überprüfen

■ Orientierung

- ▶ Berechnen und vergleichen Sie die Orientierung von (a,c,d) und (a,b,d) , wobei $a = (0,0)$, $b = (5,2)$, $c = (8,3)$ und $d = (13,5)$
- ▶ Welche Werte haben Sie erwarten? Welche errechnet? Was folgt daraus?



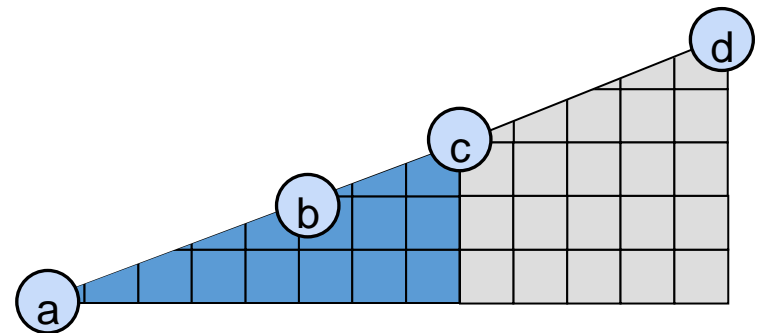


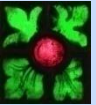
Ergebnis

- Kein Dreieck
 - ▶ Beide Orientierungen sind von null verschieden, d.h. weder a , c und d noch a , b und d liegen auf einer Geraden. Die Figur bildet also kein Dreieck.
 - ▶ Wegen $(a, c, d) > 0$ ist die „Hypothense“ der Ausgangsfigur nach innen gebeult

$$[a, c, d] = \begin{vmatrix} 0 & 8 & 13 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$
$$= 8 \cdot 5 - 3 \cdot 13 = 1 > 0$$

$$[a, b, d] = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 13 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$
$$= 5 \cdot 5 - 2 \cdot 13 = -1 < 0$$

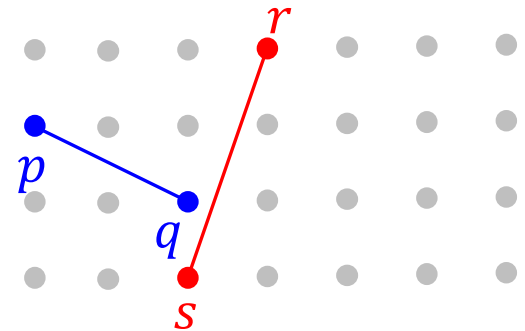




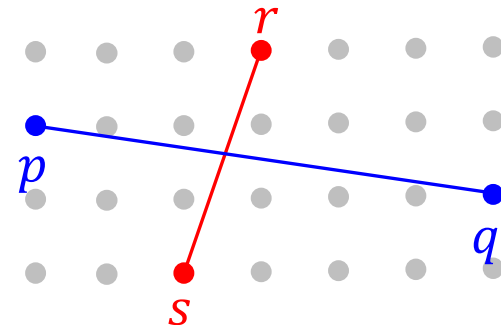
Orientierungen verwenden

■ Aufgabe

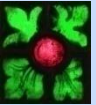
- ▶ Feststellen, ob sich zwei gegebene Strecken pq und rs schneiden.
- ▶ Der Schnittpunkt muss nicht berechnet werden.



$$[pqr] \neq [pqs] \wedge [rsp] = [rsq]$$



$$[pqr] \neq [pqs] \wedge [rsp] \neq [rsq]$$



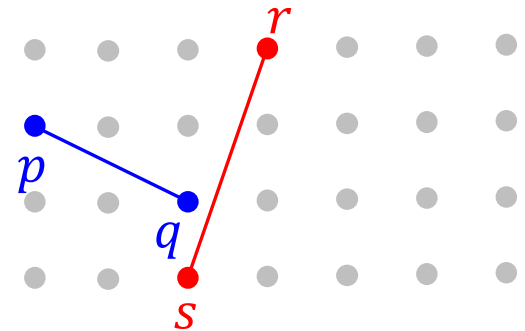
Orientierungen verwenden

■ Aufgabe

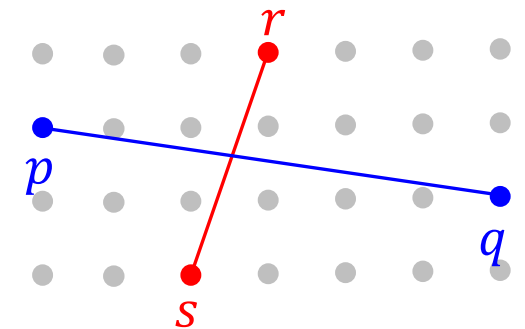
- ▶ Feststellen, ob sich zwei gegebene Strecken pq und rs schneiden.
- ▶ Der Schnittpunkt muss nicht berechnet werden.

■ Lösung

- ▶ r und s müssen auf verschiedenen Seiten von pq liegen, p und q auf verschiedenen Seiten von rs
- ▶ $[pqr] \neq [pqs] \wedge [rsp] \neq [rsq]$



$$[pqr] \neq [pqs] \wedge [rsp] = [rsq]$$



$$[pqr] \neq [pqs] \wedge [rsp] \neq [rsq]$$