Karl R. Popper

Logik der Forschung

ARTIBUS INGENUIS
J·C·B·M·
1·8·0·1

Redaktionelle Vorbemerkung

Die 8. Auflage der *Logik der Forschung* ist, ebenso wie die 2. Auflage (1966) und die folgenden Auflagen so abgefaßt, daß der Leser sowohl den ursprünglichen Text wie auch die Anmerkungen und Anhänge der 1. Auflage (1934) ohne jede Schwierigkeit von allen späteren Zusätzen unterscheiden kann. Der *Text* der ersten Auflage, der hier auf S. XIII und 3—247 gedruckt ist, ist nur durch einige wenige kurze Zusätze ergänzt, die entweder durch eckige Klammern oder durch neue Anmerkungen als Zusätze gekennzeichnet sind, oder durch „* Zusatz ( )", mit einer Jahreszahl in der Klammer.

In den Anmerkungen sind alle Zusätze durch ein vorausgesetztes Sternchen (*) gekennzeichnet; das gilt sowohl für die selbständig numerierten neuen Anmerkungen wie auch für Zusätze zu den alten Anmerkungen, deren Numerierung dieselbe ist wie in der ersten Auflage.

Zwölf *neue Anhänge* (S. 249—418) sind gleichfalls durch Sternchen gekennzeichnet (*I bis *XII), um sie von den sechs ursprünglichen Anhängen (I bis VI) zu unterscheiden.

Die Numerierung der Kapitel wurde geändert: in der ersten Auflage waren sie I und II (Erster Teil) numeriert und I bis VIII (Zweiter Teil). In allen späteren Auflagen wurden die Kapitel von I bis X durchnumeriert. Die Numerierung der Abschnitte, von 1 bis 85, ist dieselbe wie in der 1. Auflage.

Von der 3. Auflage an wurden alle Verbesserungen auf die nach 1934 geschriebenen (und teilweise aus dem Englischen übersetzten) Stellen des Buches beschränkt. Unter anderem wurden Hinweise auf neuere Arbeiten des Verfassers eingefügt, sowie neue Vorworte und elf neue Zusätze (S. 76, 96, 105, 226, 308, 328, 338 und 411). Die 7. Auflage (1982) enthält an neuem Material ein neues Vorwort, einige kurze Zusätze, und sechs weitere neue Anhänge, *XIII bis *XVIII. Die 8. Auflage enthält ein neues Vorwort, einen neuen Zusatz (S. 297) und einen neuen Anhang *XIX.

INHALTSVERZEICHNIS

Hypothesen sind Netze, nur der wird fangen, der auswirft . . .

Novalis

Nichts tut dem Mann der Wissenschaft mehr not, als etwas über ihre Geschichte zu wissen und über die Logik der Forschung: . . . über den Weg, Irrtümer zu entdecken; über die Rolle, die die Hypothesen spielen und die Einbildungskraft; und über die Methode der Nachprüfung.

Lord Acton

III. Kapitel

THEORIEN

Die Erfahrungswissenschaften sind Theoriensysteme. Man könnte die Erkenntnislogik die Theorie der Theorien nennen.

Wissenschaftliche Theorien sind allgemeine Sätze. Sie sind, wie jede Darstellung, Symbole, Zeichensysteme. Wir halten es aber nicht für zweckmäßig, den Gegensatz zwischen ihnen und den besonderen oder „konkreten" Sätzen durch die Bemerkung zu kennzeichnen, Theorien seien *nur* symbolische Formeln oder Schemata: auch die „konkretesten" Sätze sind ja nichts anderes[*1].

Die Theorie ist das Netz, das wir auswerfen, um „die Welt" einzufangen, — sie zu rationalisieren, zu erklären und zu beherrschen. Wir arbeiten daran, die Maschen des Netzes immer enger zu machen.

12. Kausalität, Erklärung, Prognosendeduktion. Einen Vorgang „kausal erklären" heißt, einen Satz, der ihn beschreibt, aus *Gesetzen und Randbedingungen* deduktiv ableiten. Wir haben z. B. das Zerreißen eines Fadens „kausal erklärt", wenn wir festgestellt haben, daß der Faden eine Zerreißfestigkeit von 1 kg hat und mit 2 kg belastet wurde. Diese „Erklärung" enthält mehrere Bestandteile; einerseits die Hypothese: „Jedesmal, wenn

---

[*1] Ich spiele hier auf eine Ansicht an, die ich später als „Instrumentalismus" bezeichnete. Sie wurde in Wien von Mach, Wittgenstein und Schlick vertreten (vgl. Anmerkungen *4 und 7 zu *4* und Anm. 5 zu *27*). Nach dieser Auffassung ist eine Theorie *nichts als* ein Werkzeug, ein Instrument, das der Voraussage dient. Ich habe diese Auffassung in meinen Arbeiten „A Note on Berkeley as a Precursor of Mach", Brit. Journ. Philos. Science 6, 1953, S. 26ff. und „Three Views Concerning Human Knowledge" in Contemporary British Philosophy III, 1956, hrsg. von H. D. Lewis, S. 355ff. (beide jetzt in meinem Buch Conjectures and Refutations, 1963), analysiert und kritisiert. Mein Standpunkt läßt sich kurz so darstellen: unsere Alltagssprache ist voll von Theorien; Beobachtung ist stets *Beobachtung im Licht von Theorien*; aber das induktivistische Vorurteil verleitet viele dazu, zu glauben, es könne eine theorienfreie und rein beschreibende Sprache („phenomenal language") geben, die von einer „theoretischen Sprache" unterscheidbar wäre; und vor allem ist schließlich festzuhalten, daß dem Theoretiker an der Erklärung als solcher gelegen ist, d. h. an nachprüfbaren erklärenden Theorien, und daß ihn Anwendungen und Prognosen nur aus theoretischen Gründen interessieren — weil sie zur *Prüfung* von Theorien verwendbar sind. Vgl. dazu auch den neuen Anhang *X.

ein Faden mit einer Last von einer gewissen Mindestgröße belastet wird, zerreißt er" — ein Satz, der den Charakter eines Naturgesetzes hat; andererseits die besonderen, nur für den betreffenden Fall gültigen Sätze [in unserem Beispiel sind es zwei]: „Für diesen Faden hier beträgt diese Größe 1 kg", und: „Das an diesem Faden angehängte Gewicht ist ein 2-kg-Gewicht"*1.

Wir finden also zwei verschiedene Arten von Sätzen, die erst gemeinsam die vollständige „kausale Erklärung" liefern: [*1*] *allgemeine Sätze* — Hypothesen, Naturgesetze — und [*2*] *besondere Sätze*, d. h. Sätze, die nur für den betreffenden Fall gelten — die „Randbedingungen". Aus den allgemeinen Sätzen kann man mit Hilfe der Randbedingungen den besonderen Satz deduzieren: „Dieser Faden wird, wenn man dieses Gewicht an ihn hängt, zerreißen". Wir nennen diesen Satz eine (besondere oder singuläre) *Prognose**2.

Die Randbedingungen pflegt man manchmal auch „Ursache" zu nennen (daß dem Faden mit der Zerreißfestigkeit von 1 kg eine Last von 2 kg angehängt wurde, ist die Ursache, daß er reißen mußte, usw.) und die Prognose „Wirkung" — eine Ausdrucksweise, die wir vermeiden. In der Physik schränkt man die Verwendung des Ausdrucks „kausale Erklärung" zumeist auf den speziellen Fall ein, daß die verwendeten allgemeinen Gesetze die Form von „Nahwirkungsgesetzen" (Differentialgleichungen) haben. Auch diese Einschränkung wollen wir nicht vornehmen. Wir werden auch keinen [allgemeinen] Satz über die Anwendbarkeit von [dieser deduktiven Methode des Erklärens durch] Theorien, insbesondere auch keinen „Kausalsatz" (kein „Kausalprinzip") aufstellen.

„Kausalsatz" nennt man einen Satz, der behauptet, daß jeder beliebige Vorgang „kausal erklärt", d. h. prognostiziert werden kann. Je nachdem, wie man dieses Wort „kann" auffaßt, hat ein solcher Satz die Form einer Tautologie (eines analytischen Urteils) oder einer Wirklichkeitsaussage (eines synthetischen Urteils): Soll „kann" auf eine *logische* Möglichkeit hinweisen, so ist der Satz tautologisch, denn zu jeder beliebigen Prognose

---

*1 Eine klarere Analyse dieses Beispiels — bei der *zwei* Gesetze und zwei Randbedingungen unterschieden werden — würde so lauten: „Für jeden Faden mit einer gegebenen (durch Material, Dicke usw. bestimmten) Struktur S gibt es ein charakteristisches Gewicht w, so daß der Faden reißt, wenn er mit einem größeren Gewicht als w belastet wird." — „Für jeden Faden mit der Struktur S_1 beträgt das charakteristische Gewicht w_1 1 kg." Das sind die zwei allgemeinen Gesetze. Die zwei Randbedingungen lauten: „Dies ist ein Faden mit der Struktur S_1" und „Das Gewicht, mit dem dieser Faden belastet werden soll, beträgt 2 kg."

*2 In seiner hier verwendeten Bedeutung umfaßt der Terminus „Prognose" auch Sätze über Vergangenes und sogar „vorgegebene" Sätze, die wir erklären wollen („Explikanda"); vgl. mein Buch Das Elend des Historizismus (deutsche Ausgabe 1965), S. 104f. und das Postscript, Abschnitt *15.

lassen sich immer allgemeine Sätze und Randbedingungen auffinden, aus denen sie ableitbar ist (womit nichts darüber gesagt ist, ob sich diese allgemeinen Sätze auch sonst immer bewähren). Soll „kann" aber etwa andeuten, die Welt sei von strengen Gesetzen beherrscht, sie sei so gebaut, daß jeder Vorgang Sonderfall einer allgemeinen Gesetzmäßigkeit ist (oder dgl.), so ist der Satz synthetisch, aber, wie wir auch noch später *(78)* sehen werden, nicht falsifizierbar; wir werden ihn also weder vertreten noch bestreiten, sondern uns damit begnügen, ihn als „*metaphysisch*" aus der Wissenschaft auszuschalten.

Wir werden jedoch eine einfache methodologische Regel aufstellen, die dem „Kausalsatz" weitgehend analog ist (dieser kann als ihr metaphysisches Korrelat aufgefaßt werden), nämlich die Regel, das Suchen nach Gesetzen, nach einem einheitlichen Theoriensystem nicht einzustellen und gegenüber keinem Vorgang, den wir beschreiben können, zu resignieren[1]. Durch diese Regel legt der Forscher seine Aufgabe fest. Die Ansicht, daß sie durch die neuere Entwicklung der Physik außer Kraft gesetzt sei, weil diese das weitere Suchen nach Gesetzen (auf einem bestimmten Gebiet) als zwecklos erwiesen[2] habe, halten wir nicht für richtig. Wir kommen darauf später (in *78*) noch zurück*3.

---

[1] Der Gedanke, das Kausalprinzip als Ausdruck einer solchen Regel bzw. eines solchen Entschlusses aufzufassen, stammt von H. Gomperz, Das Problem der Willensfreiheit (1907). Vgl. dazu: Schlick, Die Kausalität in der gegenwärtigen Physik, Naturwissenschaften 19 (1931), S. 154. * Ich möchte hier ausdrücklich darauf hinweisen, daß gerade durch den Beschluß, nach kausalen Erklärungen zu suchen, der Theoretiker sich sein besonderes Ziel setzt — das Ziel der theoretischen Wissenschaft überhaupt. Sein Ziel ist es, *erklärende Theorien* zu finden (möglichst *wahre* erklärende Theorien), das heißt, Theorien, die bestimmte strukturelle Eigenschaften der Welt beschreiben und uns erlauben, mit Hilfe von Randbedingungen die zu erklärenden Effekte zu deduzieren. Der vorliegende Abschnitt hatte die Aufgabe, zu erklären, was wir unter kausaler Erklärung verstehen, freilich nur in aller Kürze. Eine etwas ausführlichere Erörterung findet sich in Anhang *X und in meinem Postscript, Abschnitt *15. Meine Erklärung der Erklärung ist von einigen Positivisten oder „Instrumentalisten" aufgegriffen worden, die darin einen Versuch sahen, die Erklärung hinwegzuerklären — die Behauptung, daß erklärende Theorien *nichts als* Prämissen für die Deduktion von Prognosen wären. Ich möchte deshalb ausdrücklich sagen, daß sich meiner Meinung nach das Interesse des Theoretikers an der *Erklärung* — d. h. an der Entdeckung erklärender Theorien — nicht auf das praktisch-technische Interesse an der Ableitung von Prognosen reduzieren läßt. Das Interesse des Theoretikers an Prognosen läßt sich im Gegenteil daraus ableiten, daß er wissen möchte, ob seine Theorien wahr sind, mit anderen Worten, aus seinem Interesse an der Prüfung seiner Theorien — an dem Versuch herauszufinden, ob sie nicht zu falsifizieren sind. Siehe auch Anhang *X, Anm. 4 und Text.

[2] Die hier bekämpfte Ansicht vertritt u. a. Schlick, a. a. O., S. 155: „. . . jene Unmöglichkeit . . ." (es ist die Rede von der von Heisenberg behaupteten Unmöglichkeit exakter Prognosen) „. . . bedeutet, daß es unmöglich ist, nach jener Formel zu *suchen*". (Vgl. auch Anm. 1 zu *78*.)

*3 Siehe aber jetzt auch Kapitel *IV bis *VI meines Postscript.

13. Spezifische und numerische Allgemeinheit von Sätzen. Wir können synthetische Sätze von „spezifischer“ und von „numerischer“ Allgemeinheit unterscheiden; nur die spezifisch-allgemeinen entsprechen dem, was wir bisher allgemeine Sätze genannt haben — den Theorien, den Naturgesetzen; die „numerisch-allgemeinen“ sind mit besonderen Sätzen [oder Konjunktionen von besonderen Sätzen] äquivalent und werden von uns auch so bezeichnet.

Vergleichen wir z. B. die beiden folgenden Sätze: (a) Für alle Oszillatoren gilt, daß ihre Energie niemals unter einen gewissen Betrag $\left(\text{nämlich } \frac{h\nu}{2}\right)$ sinkt; (b) für alle (jetzt, auf der Erde) lebenden Menschen gilt, daß ihre Körperlänge immer unter einem gewissen Betrag (etwa 2½ Meter) bleibt. Für die nur an der Theorie der Schlüsse interessierte Logik (oder Logistik) wären diese beiden Sätze „generelle Sätze“ (bzw. „generelle Implikationen“[1]). Wir aber legen Wert auf den zwischen ihnen bestehenden Unterschied: Der Satz (a) beansprucht, für jeden beliebigen Orts- und Zeitpunkt richtig zu sein. Der Satz (b) hingegen bezieht sich auf eine endliche Klasse von Elementen innerhalb eines individuellen Raum-Zeit-Bereichs; Sätze von dieser Art könnten aber grundsätzlich durch eine Konjunktion von singulären Sätzen ersetzt werden, da man ja, wenn man genügend Zeit hat, alle Elemente der betreffenden (endlichen) Klasse aufzählen kann. Wir sprechen deshalb in diesem Fall von numerischer Allgemeinheit. Dagegen könnte der Satz über die Oszillatoren nur dann durch eine Konjunktion von endlich vielen singulären Sätzen ersetzt werden, wenn wir annehmen, daß die Welt zeitlich begrenzt ist und daß es in dieser Welt nur endlich viele Oszillatoren gibt. Wir machen jedoch keine derartige Annahme (und nehmen vor allem eine solche Annahme nicht in die Definition der physikalischen Begriffe auf), sondern fassen den Satz (a) als einen *Allsatz*, d. h. als eine Aussage über unbegrenzt viele Elemente auf. In dieser Interpretation kann er natürlich durch eine Konjunktion von endlich vielen singulären Sätzen nicht ersetzt werden.

Unser Gebrauch des Begriffes „Allsatz“ steht im Gegensatz zu der Auffassung, daß synthetische Allsätze grundsätzlich in eine Konjunktion

---

[1] Die klassische Logik (und ähnlich die Logistik) unterscheidet generelle, partikuläre und singuläre Sätze. Ein genereller Satz ist eine Aussage über alle Elemente einer gewissen Klasse, ein partikulärer eine Aussage über einen Teil ihrer Elemente, ein singulärer Satz eine Aussage über ein bestimmtes Element (über ein Individuum). Diese Einteilung hat keine erkenntnislogischen Gründe, sondern ist mit Rücksicht auf die Technik des logischen Schlusses entwickelt worden. Wir können deshalb unsere „allgemeinen Sätze“ weder mit den generellen Sätzen der klassischen Logik noch mit den [„formalen“ oder] „generellen Implikationen“ der Logistik (vgl. Anm. 6 zu *14*) identifizieren. * Siehe jetzt auch Anhang *X und mein Postscript, besonders Abschnitt *15.

von endlich vielen singulären Sätzen übersetzbar sein müssen. Die Vertreter dieser Meinung[2] berufen sich darauf, daß ein spezifisch-allgemeiner Satz niemals verifizierbar wäre, und lehnen nichtverifizierbare Sätze mit Rücksicht auf das Sinnkriterium oder ähnliche Überlegungen ab.

Es ist klar, daß einer solchen Auffassung der Naturgesetze, die den Gegensatz zwischen Allsätzen und besonderen Sätzen verwischt, das Induktionsproblem als lösbar erscheinen muß, denn Schlüsse von besonderen Sätzen auf numerisch-allgemeine Sätze sind natürlich zulässig. Ebenso klar ist aber, daß das methodologische Problem der Induktion damit nicht berührt wird; die Verifikation eines Naturgesetzes könnte ja nur dann erfolgen, wenn sämtliche unter das Gesetz fallende Einzelereignisse empirisch festgestellt und als in Einklang mit ihm stehend befunden werden — was natürlich nie durchführbar ist.

Jedenfalls kann diese Frage nicht durch Argumente entschieden werden; auch hier kann es sich nur um Festsetzungen handeln. Und mit Rücksicht auf die methodologische Situation halten wir es für zweckmäßig, die Naturgesetze als allgemeine synthetische Sätze oder Allsätze aufzufassen, d. h. als (nichtverifizierbare) Sätze von der Form: „Für alle Raum-Zeitpunkte (oder alle Raum-Zeitgebiete) gilt: ...“ Besondere oder singuläre Sätze werden wir solche Sätze nennen, die sich nur auf gewisse endliche Raum-Zeitgebiete beziehen.

Wir werden die Unterscheidung von (spezifischen) Allsätzen und numerisch-allgemeinen, richtiger: besonderen Sätzen nur auf synthetische Sätze anwenden, möchten aber auf die Möglichkeit hinweisen, auch unter den analytischen Sätzen eine analoge Unterscheidung zu konstruieren [z. B. zwischen gewissen mathematischen Sätzen][3].

14. Universalien und Individualien. Die Unterscheidung von allgemeinen und besonderen *Sätzen* hängt eng zusammen mit der Unterscheidung von Universal- und Individual*begriffen*.

Diese pflegt man an Beispielen der folgenden Art zu erläutern: „Feldherr“, „Planet“, „H_2O“ sind Allgemeinbegriffe oder Universalien, „Napoleon“, „Planet Erde“, „Atlantischer Ozean“ Einzelbegriffe oder Individualien. Danach erscheinen die Individualien dadurch charakterisiert, daß sie entweder selbst *Eigennamen* oder aber durch Eigennamen definiert sind, während Universalien ohne Verwendung von Eigennamen definiert werden können.

---

[2] Vgl. z. B. F. Kaufmann, Bemerkungen zum Grundlagenstreit in Logik und Mathematik, Erkenntnis 2 (1931), S. 274.

[3] Beispiele: (a) Jede natürliche Zahl hat einen Nachfolger; (b) Mit Ausnahme der Zahlen 11, 13, 17, 19 sind alle Zahlen zwischen 10 und 20 in Faktoren zerlegbar.

Wir halten diese Unterscheidung für grundlegend: Jede Anwendung der Wissenschaft beruht darauf, daß aus den wissenschaftlichen Hypothesen [die ja universelle Sätze sind] auf besondere Fälle geschlossen wird, besondere Prognosen abgeleitet werden; in jedem besonderen Satz aber müssen Individualien auftreten.

Oft treten die Individualien innerhalb der (besonderen) Sätze der Wissenschaft als Raum-Zeit-Koordinaten auf; jedes angewandte Raum-Zeit-Koordinatensystem geht nämlich auf Individualien zurück, seine Anfangspunkte sind durch Eigennamen — z. B. „Greenwich" und „Christi Geburt" — festgelegt; wir können so beliebig viele Individualien auf eine kleine Anzahl zurückführen[1].

Als Individualien können wir auch Ausdrücke verwenden, wie: „dieser hier", „der da", aber auch hinweisende Gesten u. dgl., kurz: Zeichen, die zwar keine Eigennamen sind, jedoch durch Eigennamen oder Koordinaten ersetzt werden können. Umgekehrt umschreiben wir auch manchmal Universalien, indem wir zunächst auf Individuen hinweisen und sodann — z. B. durch die Worte: „ebenso alle anderen" oder: „und so weiter" — andeuten, daß wir diese Individuen nur als Vertreter einer durch Universalien zu kennzeichnenden Klasse betrachtet wissen wollen. Es ist wohl kein Zweifel, daß wir den *Gebrauch* der Allgemeinbegriffe, ihre *Anwendung* auf Individualien durch solche Hinweise lernen: Denn die logische Grundlage dieser Anwendung ist, daß Individualbegriffe [nicht nur Elemente, sondern auch Klassen bezeichnen können und daher] zu Universalbegriffen sowohl im Verhältnis eines Elementes zu einer Klasse stehen können als auch in einem Teilklassenverhältnis. So ist z. B. „mein Hund Lux" nicht nur ein *Element* der Klasse der (Individuale) „Hunde Wiens", sondern auch ein Element der Klasse der (Universale) „Säugetiere". Und die „Hunde Wiens" sind nicht nur eine *Teilklasse* der (Individuale) „Hunde Österreichs", sondern auch eine Teilklasse der (Universale) „Säugetiere".

Die Verwendung des Begriffs „Säugetier" als Beispiel für ein Universale kann zu Mißverständnissen führen; Worte wie „Säugetier", „Hund" usw. sind durch den Sprachgebrauch nicht eindeutig gekennzeichnet: Ob sie als Individualien oder als Universalien aufzufassen sind, hängt davon ab, ob diese Worte eine auf unserem Planeten lebende (also individuelle) Tierrasse bezeichnen sollen oder physische Körper mit bestimmten (allgemein) angegebenen Eigenschaften. Entsprechendes gilt auch für Begriffe wie „pasteurisiert", „Linnésches System", „Latinismus", sofern die in diesen Bezeichnungen auftretenden Eigennamen eliminierbar sind [oder aber umgekehrt in der Definition verwendet werden*1].

Diese Beispiele und Erläuterungen verdeutlichen, was wir Universale und was wir Individuale nennen wollen. Sollten wir eine Definition geben, so müßten wir (wie oben) etwa sagen: Individuale ist ein Begriff, zu dessen Definition Eigennamen — oder äquivalente Zeichen, wie Hinweise usw. — unentbehrlich sind; sind hingegen (etwa zunächst verwendete) Eigennamen eliminierbar, so ist der Begriff ein Universale. Doch wäre eine solche Definition nicht sehr wertvoll, weil sie den Begriff „Individuale" nur auf den des „Eigennamens" zurückführt [das heißt, auf den Namen eines individuellen physischen Dinges].

Wir glauben, daß die angegebene Verwendungsweise der Ausdrücke „Universalien" und „Individualien" den Sprachgebrauch weitgehend deckt. Vor allem aber halten wir sie für unentbehrlich, wenn man den Gegensatz zwischen Allsätzen und besonderen Sätzen nicht verwischen will. (Zwischen Universalienproblem und Induktionsproblem besteht eine vollkommene Analogie.) Der Versuch, ein Individuum durch universelle Eigenschaften und Beziehungen zu kennzeichnen, die anscheinend nur für dieses charakteristisch sind, kann nicht gelingen: nicht ein bestimmtes Individuum wird so gekennzeichnet, sondern die stets universelle Klasse aller jener Individuen, auf die jene Kennzeichnung paßt. Auch die Verwendung (universeller) räumlich-zeitlicher Bestimmungen[2] ändert daran nichts; denn ob es überhaupt Individuen gibt, und wie viele es gibt, die einer Kennzeichnung durch Universalien genügen, bleibt immer eine offene Frage.

Ebensowenig gelingt es, Universalien mit Hilfe von Individualien zu definieren. Man hat das oft übersehen, meinte, es sei möglich, durch „Abstraktion" von den Individualien zu Universalien aufzusteigen. Diese Ansicht hat viel Verwandtes mit der Induktionslogik, mit dem Aufsteigen von besonderen Sätzen zu allgemeinen Sätzen. Beide Verfahren sind logisch undurchführbar[3]. Zwar kann man auf diese Weise zu Klassen von Individualien aufsteigen, aber diese Klassen sind noch immer Individualbegriffe, mit Hilfe eines Eigennamens definiert. (So sind die Klassen „die Generäle

---

[1] Hingegen können die Maßeinheiten des Koordinatensystems, die man vorerst gleichfalls durch Individualien (Erddrehung, Pariser Urmeter) festlegt, grundsätzlich durch Universalien definiert werden, z. B. durch die Wellenlänge bzw. Frequenz des monochromatischen Lichts, das in bestimmter Weise behandelte Atome aussenden.

*1 „Pasteurisiert" kann man definieren entweder als „behandelt nach den Anweisungen von Louis Pasteur" (oder so ähnlich) oder als „auf 80° C erhitzt und dieser Temperatur durch zehn Minuten ausgesetzt". Durch die erste Definition wird „pasteurisiert" ein Individualbegriff, durch die zweite ein Universalbegriff.

[2] Nicht „Raum und Zeit", sondern individuelle, also auf Eigennamen zurückgehende (Raum-, Zeit- oder andere) Bestimmungen sind „*Individuationsprinzipien*".

[3] Auch die in der Logistik gebräuchliche Methode der „Ähnlichkeitsabstraktion" kann den Aufstieg von Individualien zu Universalien nicht vermitteln: ist die durch Ähnlichkeitsabstraktion definierte Klasse extensional durch Individualien definiert, so ist sie wieder ein Individualbegriff.

Napoleons“, „die Einwohner von Paris“ Individualbegriffe.) Wie man sieht, hat die Unterscheidung zwischen Universalien und Individualien nichts zu tun mit der zwischen Klassen und Elementen: Sowohl Universalien wie Individualien können als Klassen und als Elemente auftreten.

Es ist daher nicht möglich, den Unterschied zwischen Individualbegriffen und Allgemeinbegriffen dadurch aufzuheben, daß man (wie Carnap[4]) sagt, es bestehe „. . . diese Einteilung nicht zu recht“, weil „. . . jeder Begriff . . . je nach dem Gesichtspunkt als Individualbegriff und auch als Allgemeinbegriff aufgefaßt werden kann“, was durch die Feststellung begründet werden soll, „. . . daß (fast) *alle sogenannten Individualbegriffe ebenso Klassen . . . sind* wie die Allgemeinbegriffe“. Wie eben gezeigt, ist das zwar richtig, hat aber mit der fraglichen Unterscheidung nichts zu tun.

Auch sonst verwechselt die Logistik [symbolische Logik][5] die Unterscheidung zwischen Universalien und Individualien mit der zwischen Klassen und Elementen. Sicher ist es zulässig, die Worte Universalien und Individualien mit den Worten Klasse und Element synonym zu gebrauchen; aber es ist nicht zweckmäßig. Probleme können auf diese Weise nicht aufgeklärt werden; eher verschließt man sich den Zugang zu ihnen. Es ist hier wie bei der Unterscheidung zwischen den allgemeinen und besonderen

[4] Carnap, Der logische Aufbau der Welt, S. 213.
(Zusatz bei der Korrektur, 1934.) Auch in Carnaps Logischer Syntax der Sprache scheint die Unterscheidung von Individualien und Universalien nicht durchgeführt, bzw. in den „Koordinatensprachen“, die Carnap konstruiert, nicht ausdrückbar zu sein. Man könnte zwar glauben (vgl. S. 11), daß die „Koordinaten“, die Zeichen von niederstem Typus, als Individualien zu deuten sind (daß also Carnap ein *individuell aufgewiesenes* Koordinatensystem verwendet); aber diese Deutung läßt sich nicht durchführen; denn Carnap schreibt (S. 87 [vgl. S. 114]), daß in den Sprachen, die er verwendet, „. . . alle Ausdrücke niedersten Typus Zahlausdrücke sind“, und zwar im Sinne von Peanos undefiniertem Grundzeichen „Zahl“ [vgl. S. 31 und 36]. Damit wird aber klar, daß die als Koordinaten auftretenden Zahlzeichen doch nicht als Eigennamen, als *individuelle* Koordinaten gedacht sind, sondern als Universalien („individuell“ sind sie nur in einem übertragenen Sinn, — vgl. Anm. 3, (b) zu *13*).

[5] Auch die Unterscheidung, die Russell und Whitehead zwischen den „Individuen“ (oder „Partikularien“) einerseits, den „Universalien“ andererseits machen, hat mit der Unterscheidung von „Individualien“ und „Universalien“, wie sie hier eingeführt wurde, nichts zu tun. Nach der Russellschen Terminologie ist in dem Satz: „Napoleon ist ein französischer Feldherr“ zwar — wie bei uns — „Napoleon“ ein „Individuum“, jedoch „französischer Feldherr“ ein Universale; und umgekehrt in dem Satz: „Stickstoff ist ein Nichtmetall“, zwar „Nichtmetall“ — wie bei uns — ein Universale, „Stickstoff“ jedoch ein „Individuum“. Auch die „Kennzeichnungen“ („descriptions“) entsprechen nicht unseren Individualien, da z. B. die Klasse der „Punkte meines Körpers“ bei uns ein Individualbegriff ist, aber nicht durch eine „Kennzeichnung“ dargestellt werden kann. Vgl. etwa: Whitehead-Russell, Principia Mathematica (2. Aufl., 1925, Bd. I), Introduction of the Second Edition, II. I, p. xix f.; deutsche Ausgabe von Mokre („Einführung in die mathematische Logik“, 1932), S. 132.

Sätzen: Die Hilfsmittel der Logistik werden dem Universalienproblem ebensowenig gerecht wie dem Induktionsproblem[6].

15. Allsätze und universelle Es-gibt-Sätze. Es genügt nicht, die allgemeinen Sätze etwa dadurch zu kennzeichnen, daß in ihnen keine Individualien auftreten. Verwendet man das Wort „Rabe“ als Universale, so ist der Satz: „Alle Raben sind schwarz“ ein Allsatz; in anderen Sätzen, z. B.: „Viele Raben sind schwarz“ oder „Es gibt schwarze Raben“, treten zwar auch nur Universalien auf, aber wir werden solche Sätze doch nicht Allsätze nennen.

Sätze, in denen nur Universalien auftreten, wollen wir „universelle Sätze“ nennen. Von diesen sind für uns neben den Allsätzen vor allem die Sätze von der Form: „Es gibt einen schwarzen Raben“, die wir *universelle Es-gibt-Sätze* nennen, von Bedeutung.

Negiert man einen Allsatz, so erhält man einen universellen Es-gibt-Satz (und umgekehrt); z. B.: „*Nicht* alle Raben sind schwarz“ ist äquivalent mit: „Es gibt nichtschwarze Raben.“

Da die naturwissenschaftlichen Theorien, die Naturgesetze, die logische Form von Allsätzen haben, so kann man sie auch in Form der Negation eines universellen Es-gibt-Satzes aussprechen, d. h. in Form eines „Es-gibt-nicht-Satzes“. So kann man den Satz von der Erhaltung der Energie bekanntlich auch in der Form aussprechen: „Es gibt kein perpetuum mobile“; oder die Hypothese des elektrischen Elementarquantums in der Form: „Es gibt keine elektrische Ladung, die nicht ein ganzzahliges Vielfaches des elektrischen Elementarquantums wäre.“

An diesen Formulierungen sieht man deutlich, daß man die Naturgesetze als „Verbote“ auffassen kann: Sie behaupten nicht, daß etwas existiert, sondern daß etwas nicht existiert. Gerade wegen dieser Form sind sie *falsifizierbar*: wird ein besonderer Satz anerkannt, durch den das Verbot durchbrochen erscheint, der die Existenz eines „verbotenen Vorganges“

[6] Auch der Unterschied zwischen universellen und singulären Sätzen kann im Russell-Whiteheadschen System nicht ausgedrückt werden: Es ist nicht richtig, daß die sogenannten „Formalimplikationen“ oder „generellen Implikationen“ allgemeine (universelle) Sätze sein müssen; vielmehr kann jeder beliebige singuläre Satz in die Form einer „generellen Implikation“ gebracht werden; z. B. der Satz: „Napoleon ist in Korsika geboren“ in die Form $(x)\ [(x = N) \rightarrow (\varphi x)]$, — in Worten: Für alle Werte von x gilt: Wenn x „mit Napoleon identisch“ ist, so ist x „in Korsika geboren“.

Eine *generelle Implikation* wird geschrieben: $(x)\ (\varphi x \rightarrow fx)$, wobei das „Allzeichen“: „(x)“ etwa gelesen werden kann: „Für alle Werte von x gilt“; φx und fx sind Satzbruchstücke oder „*Aussagefunktionen*“ (Beispiel: „x ist in Korsika geboren“, ohne daß gesagt wird, wer x ist: eine Aussagefunktion kann weder wahr noch falsch sein). Das Zeichen „. . . → . . .“ ist zu lesen: „wenn . . . gilt, so gilt . . .“; die ihm vorangehende Aussagefunktion φx kann die „*bedingende*“ heißen, fx die „*Folgeaussagefunktion*“ oder „*Prädikation*“; die generelle Implikation $(x)\ (\varphi x \rightarrow fx)$ besagt: Alle jene Werte von x, die die bedingende Funktion φx befriedigen, befriedigen auch fx.

behauptet („Der dort und dort befindliche Apparat ist ein perpetuum mobile"), so ist damit das betreffende Naturgesetz widerlegt.

Universelle Es-gibt-Sätze hingegen sind nicht falsifizierbar: Kein besonderer Satz (kein Basissatz) kann mit dem universellen Es-gibt-Satz: „Es gibt weiße Raben" in logischem Widerspruch stehen. (Nur ein Allsatz kann einem solchen Satz widersprechen.) Wir werden deshalb auf Grund unseres Abgrenzungskriteriums die universellen Es-gibt-Sätze als nicht-empirisch („metaphysisch") bezeichnen müssen. Diese Kennzeichnung scheint vielleicht zunächst nicht zweckmäßig zu sein, dem Verfahren der empirischen Wissenschaft nicht zu entsprechen: Man könnte [mit Recht] einwenden, daß es auch Theorien gibt, die die Form von universellen Es-gibt-Sätzen haben. Ein Beispiel wäre die aus dem periodischen System der Elemente gefolgerte Existenz von Grundstoffen gewisser Ordnungszahlen. Soll aber die Hypothese, daß ein Element gewisser Ordnungszahl existiert, überprüfbare Form annehmen, so muß weit mehr vorliegen als ein universeller Es-gibt-Satz. Das Element mit der Ordnungszahl 72 (Hafnium) ist z. B. nicht auf Grund eines bloßen [isolierten*1] universellen Es-gibt-Satzes aufgefunden worden; es war vielmehr so lange unauffindbar, bis es Bohr gelang, gewisse seiner Eigenschaften zu prognostizieren. Die Bohrsche Theorie und ihre Folgerungen bezüglich dieses Elements sind aber keine universellen Es-gibt-Sätze, sondern Allsätze. — Daß es in der Tat zweckmäßig ist und auch dem Sprachgebrauch entspricht, die [bloßen oder isolierten] universellen Es-gibt-Sätze wegen ihrer Nichtfalsifizierbarkeit als nichtempirisch zu kennzeichnen, wird sich in unserer Theorie der Wahrscheinlichkeitsaussagen und ihrer empirischen Überprüfung *(66, 68)* bestätigen.

Die universellen Sätze sind raum-zeitlich nicht beschränkt, auf kein durch Individualien ausgezeichnetes Koordinatensystem bezogen. Damit hängt die Nichtfalsifizierbarkeit der universellen Es-gibt-Sätze zusammen — wir können nicht die ganze Welt absuchen, um zu beweisen, daß es etwas nicht gibt — und ebenso die Nichtverifizierbarkeit der Allsätze: wir müßten gleichfalls [genauso wie vorher] die ganze Welt absuchen, um dann sagen zu können, daß es etwas nicht gibt. Dennoch sind sowohl die universellen Es-gibt-Sätze als auch die Allsätze einseitig entscheidbar: Wenn wir feststellen, daß es hier oder dort „etwas gibt", so kann dadurch ein universeller Es-gibt-Satz verifiziert bzw. ein Allsatz falsifiziert werden.

Die von uns hervorgehobene Asymmetrie, die einseitige Falsifizierbarkeit der empirisch-wissenschaftlichen Sätze, dürfte an dieser Stelle vielleicht weniger problematisch erscheinen als früher *(6)*. Denn wir sehen jetzt, daß

*1 Daß nur „bloße" oder „isolierte" Es-gibt-Sätze als nicht-falsifizierbar charakterisiert wurden und daß falsifizierbare Theoriensysteme sehr wohl Es-gibt-Sätze enthalten können, ist von der Kritik oft übersehen worden.

eine Asymmetrie der *logischen* Verhältnisse nicht vorausgesetzt wird; in diesen herrscht Symmetrie: Allsätze und universelle Es-gibt-Sätze sind zueinander symmetrisch gebaut. Erst*2 unser Abgrenzungskriterium zieht eine Grenzlinie, durch die die Asymmetrie entsteht.

16. Theoretische Systeme. Die naturwissenschaftlichen Theorien sind in ständiger Umwandlung begriffen — nach unserer Auffassung keine zufällige Erscheinung, sondern charakteristisch für die empirische Wissenschaft. Im allgemeinen werden daher nur Teilgebiete der Wissenschaft und auch diese meist nur vorübergehend die Form eines vollkommen geschlossenen Systems annehmen. Dennoch läßt sich das jeweilige System in allen wichtigen Zusammenhängen gewöhnlich gut übersehen; und jede strenge Prüfung des Systems hat zur Voraussetzung, daß dieses in dem betreffenden Zeitpunkt so weit abgeschlossen ist, daß neue Voraussetzungen nicht ohne weiteres eingeführt werden dürfen; die Einführung einer neuen Voraussetzung wäre als Abänderung, als *Revision* des Systems zu werten.

Darum wird immer eine streng systematische Form angestrebt, die Form einer *Axiomatik* — wie sie z. B. Hilbert in gewissen Zweigen der theoretischen Physik durchgeführt hat: Sämtliche Voraussetzungen werden in einer kleinen Anzahl von „Axiomen" [oder „Postulaten": wir implizieren natürlich keinen Wahrheitsanspruch mit diesen Ausdrücken] an die Spitze gestellt, derart, daß alle übrigen Sätze des theoretischen Systems aus ihnen durch rein logische bzw. mathematische Umformung abgeleitet werden können.

Wir sagen, daß ein theoretisches System axiomatisiert ist, wenn eine Anzahl von Sätzen, Axiomen, aufgestellt wird, die folgenden vier Grundbedingungen genügen: Das System der Axiome muß, für sich betrachtet, (a) *widerspruchsfrei* sein, was mit der Forderung äquivalent ist[1], daß nicht jeder beliebige Satz aus dem Axiomensystem ableitbar sein soll; (b) *unabhängig* sein, d. h. keine Aussage enthalten, die aus den übrigen Axiomen ableitbar ist („Axiom" soll nur ein innerhalb des Systems nichtableitbarer Grundsatz heißen). Was ihr logisches Verhältnis zu den übrigen Sätzen des axiomatisierten Systems betrifft, so sollen die Axiome überdies (c) zur Deduktion aller Sätze dieses Gebietes *hinreichen* und (d) *notwendig* sein, d. h. keine überflüssigen Bestandteile enthalten[2].

*2 Das Wort „erst" darf nicht zu ernst genommen werden. Die Sachlage ist ganz einfach. Wenn es für die empirische Wissenschaft charakteristisch ist, daß sie *besondere* Sätze als Prüfsätze ansieht, dann ergibt sich die Asymmetrie daraus, daß *in bezug auf besondere Sätze* Allsätze nur falsifizierbar und Es-gibt-Sätze nur verifizierbar sind. Siehe auch Abschnitt *22 meines Postscript.

[1] Vgl. *24*.

[2] Zu diesen vier Forderungen und zum folgenden Abschnitt vgl. z. B. die einigermaßen abweichende Darstellung bei Carnap, Abriß der Logistik (1929), S. 70ff.

In einem derart axiomatisierten Gebiet kann man Untersuchungen über die Abhängigkeitsverhältnisse innerhalb des Systems anstellen: z. B. darüber, in welcher Weise Teilsysteme des Gebietes aus einem Teilsystem der Axiome ableitbar sind. Solche Untersuchungen (die uns noch beschäftigen werden; vgl. *63—64*, *75—77*) sind auch für das Problem der Falsifizierbarkeit von Bedeutung. Sie machen es verständlich, daß durch Falsifikation eines Folgesatzes unter Umständen nicht das ganze System, sondern nur ein Teilsystem falsifiziert erscheint. Denn obwohl die physikalischen Theorien im allgemeinen nicht in vollständig axiomatisierter Form vorliegen, sind doch die Zusammenhänge meist hinreichend klar, um entscheiden zu können, welche Teilsysteme von einer Falsifikation betroffen werden*[1].

17. Deutungsmöglichkeiten eines axiomatischen Systems. Die Auffassung des klassischen Rationalismus, daß die Axiome gewisser Systeme, z. B. die der euklidischen Geometrie, als „unmittelbar einleuchtend", „selbstverständlich" oder dgl. anerkannt werden müssen, wollen wir hier nicht diskutieren; wir bemerken nur, daß wir sie nicht teilen. Zwei verschiedene Interpretationen eines axiomatischen Systems halten wir für zulässig: Man kann die Axiome [i] als Festsetzungen betrachten oder [ii] als empirisch-wissenschaftliche Hypothesen.

[i] Als *Festsetzungen* aufgefaßt, legen die Axiome den Gebrauch der in ihnen auftretenden Begriffe fest; es wird durch sie bestimmt, was von diesen Begriffen ausgesagt werden darf und was nicht. Man pflegt zu sagen, daß die Axiome die *impliziten Definitionen* der in ihnen auftretenden Begriffe sind. Wir wollen diese Auffassung mit Hilfe einer Analogie zwischen dem Axiomensystem und einem (widerspruchsfreien) System von Gleichungen erläutern.

Durch ein System von Gleichungen werden die auftretenden Variablen in gewisser Weise festgelegt; auch wenn das Gleichungssystem zu einer eindeutigen Lösung nicht hinreicht, dürfen nicht alle möglichen Kombinationen von Werten für die Variablen eingesetzt werden; vielmehr wird eine gewisse Klasse von Wertsystemen als zulässig, eine andere Klasse als unzulässig ausgezeichnet. In ähnlicher Weise können wir auch Begriffssysteme als zulässig oder unzulässig festlegen, nämlich durch eine „Aussagegleichung". Diese entsteht aus der „Aussagefunktion" (vgl. Anm. 6 zu *14*), einem Satzbruchstück, in dem eine oder mehrere „Leerstellen" vorkommen; z. B. „Ein zum Element x gehöriges Isotop hat das Atomgewicht 65" oder: „$x + y = 12$". Jede solche Aussagefunktion wird durch Substitution gewisser Werte in einen *Satz* verwandelt — je nach den substituierten Werten in einen wahren oder in einen falschen Satz; aus dem

*[1] Darauf gehe ich in meinem Postscript, besonders in *22, näher ein.

ersten Satzbruchstück wird z. B. bei Einsetzung der Worte „Kupfer" oder „Zink" ein wahrer, bei anderen Substitutionen ein falscher Satz. Eine „Aussagegleichung" entsteht nun durch die Festsetzung, nur solche Werte zur Substitution zuzulassen, die die Aussagefunktion in einen *wahren* Satz verwandeln. Durch eine solche Aussagegleichung ist dann eine bestimmte Klasse von Wertsystemen definiert — die, die sie befriedigen. Die Analogie mit einer mathematischen Gleichung ist klar: Wird unser zweites Beispiel nicht als Aussagefunktion, sondern als Aussagegleichung interpretiert, so wird es eine Gleichung im gewöhnlichen (mathematischen) Sinn.

Ein Axiomensystem kann zunächst, da seine undefinierten Grundbegriffe als Leerstellen betrachtet werden können, als ein System von Aussagefunktionen aufgefaßt werden; setzt man fest, nur solche Wertsysteme zu substituieren, die es befriedigen, so ist es ein System von Aussagegleichungen; als solches definiert es implizit eine Klasse von Begriffssystemen. Jedes das Axiomensystem befriedigende Begriffssystem kann man auch ein „Modell" des Axiomensystems nennen*[1].

Die Auffassung eines Axiomensystems als System von [Konventionen oder] impliziten Definitionen kann man auch so ausdrücken: Es wird festgesetzt, nur Modelle zur Substitution zuzulassen*[2]. Substituiert man aber ein Modell, so erhält man ein System von analytischen Sätzen [da dann die Sätze durch Übereinkunft wahr sind]. Ein in dieser Weise interpretiertes Axiomensystem kann also nicht als ein System von empirisch-wissenschaftlichen Hypothesen (in unserem Sinn) aufgefaßt werden, denn es ist nicht durch Falsifikation seiner Folgesätze widerlegbar: auch jeder Folgesatz muß analytisch sein.

[ii] Wie kann nun ein Axiomensystem im Sinne eines Systems von empirisch-wissenschaftlichen *Hypothesen* interpretiert werden? Die gewöhnliche Auffassung ist, daß die in dem Axiomensystem auftretenden Zeichen nicht als implizit definiert anzusehen sind, sondern als „außerlogische Konstanten". So können die in einem Axiomensystem der Geometrie auftretenden Begriffe „Gerade" und „Punkt" als „Lichtstrahl" und „Fadenkreuz" interpretiert werden. Damit, so meint man, werden die Sätze des Axiomensystems zu Aussagen über empirische Gegenstände, zu synthetischen Sätzen.

Diese vorerst einleuchtende Auffassung führt zu gewissen Schwierigkeiten, die mit den Basisproblemen zusammenhängen. Es ist nämlich

*[1] Siehe Anm. *2.

*[2] Heute würde ich klar unterscheiden zwischen *den Systemen von Objekten*, die ein Axiomensystem befriedigen, und dem *System der Namen dieser Objekte*, die in die Axiome eingesetzt werden können (und sie wahr machen), und ich würde nur das erstgenannte System ein „Modell" nennen. Daher würde ich jetzt schreiben: „nur Namen von Objekten, die ein Modell darstellen, sind zur Substitution zuzulassen."

keineswegs klar, wie ein Begriff empirisch zu definieren ist. Häufig spricht man von „Zuordnungsdefinitionen", womit man etwa folgendes meint: Dem Begriff wird eine bestimmte empirische Bedeutung dadurch zugewiesen, daß man ihm gewisse Gegenstände der wirklichen Welt zuordnet, ihn als Zeichen für diese Gegenstände auffaßt. Aber durch Hinweis auf „wirkliche Gegenstände" können wir offenbar nur den Gebrauch von Individualien festlegen — etwa in der Weise, daß wir auf den betreffenden Gegenstand hinzeigen und einen Namen nennen oder daß wir ihm ein Zeichen, seinen Namen, anheften usw. Die Begriffe, die wir dem Axiomensystem zuordnen sollen, sind aber Universalien, die wir nicht durch empirische Anweisung, Zuordnung oder dgl., sondern nur explizit mit Hilfe anderer Universalien definieren können oder aber undefiniert lassen müssen. Es ist also unvermeidlich, gewisse Universalien undefiniert zu lassen, und darin liegt die Schwierigkeit: Diese undefinierten Begriffe können wir immer in nichtempirischem Sinn [i], d. h. wie implizit definierte Begriffe verwenden, wodurch das System tautologisch wird. — Diese Schwierigkeit werden wir nur durch den methodologischen Beschluß beheben können, die undefinierten Begriffe nicht in dieser Weise zu verwenden; wir kommen auf diesen Punkt noch zurück *(20)*.

Hier sei nur noch festgestellt, daß es jedenfalls möglich ist, den Grundbegriffen eines axiomatischen Systems, z. B. der Geometrie, Begriffe eines anderen Systems, z. B. der Physik, zuzuordnen. Diese Möglichkeit ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn im Laufe der Wissenschaftsentwicklung ein Satzsystem durch ein allgemeineres Hypothesensystem erklärt wird, das nicht nur die Sätze dieses Gebietes, sondern auch anderer Gebiete zu deduzieren gestattet; in diesem Fall können die Grundbegriffe des neuen Systems unter Umständen mit Hilfe von Begriffen, die bereits in den alten Systemen auftreten, definiert werden.

18. Allgemeinheitsstufen. Der „modus tollens". Innerhalb eines theoretischen Systems können wir Sätze von verschiedener Allgemeinheitsstufe unterscheiden. Die allgemeinsten Sätze sind die Axiome; aus ihnen kann man weniger allgemeine Sätze deduzieren. Allgemeine empirische Sätze haben in bezug auf die aus ihnen ableitbaren weniger allgemeinen immer den Charakter von Hypothesen, d. h., sie können durch Falsifikation eines von diesen weniger allgemeinen Sätzen falsifiziert werden. Aber auch die weniger allgemeinen Sätze eines solchen hypothetisch-deduktiven Systems sind noch immer im Sinne unserer Begriffsbestimmungen „allgemeine Sätze". Der hypothetische Charakter solcher allgemeiner Sätze von niedriger Allgemeinheitsstufe wird oft übersehen. So schreibt z. B. Mach[1] über die Fouriersche Theorie der Wärmeleitung, die er deshalb eine „physikalische

---

[1] Mach, Prinzipien der Wärmelehre (1896), S. 115.

Mustertheorie" nennt: „Dieselbe gründet sich nicht auf eine *Hypothese*, sondern auf eine beobachtbare *Tatsache*." „Tatsache" nennt hier Mach aber den Satz, daß „... die Ausgleichsgeschwindigkeit (kleiner) Temperaturdifferenzen diesen Differenzen selbst proportional ist" — ein Allsatz, dessen hypothetischer Charakter außer Zweifel steht.

Wir werden sogar von besonderen Sätzen sagen, daß sie insofern hypothetischen Charakter haben, als aus ihnen mit Hilfe des Systems Folgesätze ableitbar sind, durch deren Falsifikation sie mitbetroffen werden können.

Die falsifizierenden Schlüsse, von denen hier die Rede ist, die Schlußweise von der Falsifikation eines Folgesatzes auf die des Satzsystems, aus dem dieser ableitbar ist — der modus tollens der klassischen Logik — können folgendermaßen dargestellt werden*1.

Ist p ein Folgesatz eines Satzsystems t, das aus Theorie und Randbedingungen bestehen möge (zwischen denen wir hier der Einfachheit halber nicht unterscheiden), so können wir das Ableitbarkeitsverhältnis (analytische Implikationsverhältnis) zwischen t und p durch $t \rightarrow p$, zu lesen: „t impliziert p", symbolisieren. Wir nehmen nun an, p sei „falsch", was wir durch $\bar{p}$, zu lesen: „non-p", bezeichnen. Auf Grund des Ableitbarkeitsverhältnisses $t \rightarrow p$ und der Annahme $\bar{p}$ dürfen wir dann auf $\bar{t}$ schließen, also t als falsifiziert betrachten. Bezeichnen wir die Konjunktion (gleichzeitige Behauptung) zweier Sätze durch einen zwischen sie gesetzten Punkt, so können wir den falsifizierenden Schluß schreiben: $[(t \rightarrow p) \cdot \bar{p}] \rightarrow \bar{t}$; oder in Worten: Ist p aus t ableitbar und ist p falsch, so ist auch t falsch.

Durch diese Schlußweise wird das ganze *System* (die Theorie einschließlich der Randbedingungen), das zur Deduktion des falsifizierten Satzes p verwendet wurde, falsifiziert, so daß man zunächst von keinem einzelnen der Sätze dieses Systems behaupten kann, daß die Falsifikation gerade ihn trifft oder nicht trifft; nur wenn p von einem Teilsystem *unabhängig* ist, kann man sagen, daß dieses Teilsystem von der Falsifikation nicht betroffen

---

*1 Im Zusammenhang mit der vorliegenden Stelle und zwei anderen Stellen weiter unten (vgl. Anm. *1 zu *35* und Anm. *1 zu *36*), an denen ich das Symbol „→" verwende, möchte ich folgendes erwähnen: als ich das Buch schrieb, war mir der Unterschied zwischen einem Konditionalsatz (Wenn-dann-Satz, manchmal etwas irreführend „materiale Implikation" genannt) und einem Satz über Ableitbarkeit (also der Aussage, daß ein Wenn-dann-Satz logisch wahr oder analytisch ist, daß sein Antezedens das Konsequens logisch impliziert) noch nicht klar — mit diesem Unterschied machte mich Alfred Tarski einige Monate nach Veröffentlichung meines Buches bekannt. Im Rahmen dieses Buches spielt das Problem keine große Rolle, die mangelnde Unterscheidung soll aber trotzdem aufgezeigt werden. (Diese Probleme werden z. B. in meiner Arbeit in Mind 56, 1947, S. 193ff., ausführlicher besprochen.)

wird[2]. Damit hängt zusammen, daß auch mit Hilfe der *Allgemeinheitsstufen* die Falsifikation unter Umständen auf eine bestimmte, z. B. auf eine neueingeführte Hypothese beschränkt werden kann: Wenn eine gut bewährte Theorie, die sich auch weiter bewährt, aus einer neuen, allgemeineren Hypothese deduktiv abgeleitet werden kann, so werden wir diese vor allem durch ihre noch nicht überprüften Folgerungen zu erproben suchen. Werden diese falsifiziert, so werden wir die Falsifikation nur auf die neue Hypothese beziehen und andere Verallgemeinerungen versuchen, ohne daß wir das weniger allgemeine Teilsystem als falsifiziert betrachten müssen (vgl. auch die Bemerkungen über die „Quasiinduktion" in *85*).

---

[2] Daher können wir zunächst nicht wissen, auf welche unter den verschiedenen Sätzen des restlichen Teilsystems t′ (von denen p nicht unabhängig ist) wir die Falsifikation von p beziehen — welche dieser Sätze wir abändern und welche wir beibehalten sollen (auf auswechselbare Sätze gehen wir hier nicht ein). Es ist oft nur Sache des wissenschaftlichen Instinkts des Forschers (und des nachprüfenden Probierens), welche Sätze von t′ er für harmlos hält und welche für abänderungsbedürftig: Gerade die Abänderung der harmlos aussehenden (unseren Denkgewohnheiten gut entsprechenden) ist oft der entscheidende Schritt (Einsteins Abänderung des Gleichzeitigkeitsbegriffs!).

IV. Kapitel

FALSIFIZIERBARKEIT

Unter der Voraussetzung — wir werden sie erst später prüfen —, daß es falsifizierbare besondere Sätze (Basissätze) gibt, untersuchen wir hier die Verwendbarkeit unseres Abgrenzungskriteriums für Theoriensysteme. Eine Auseinandersetzung mit dem Konventionalismus führt uns zunächst zu methodologischen Überlegungen; anschließend versuchen wir, die logischen Eigenschaften jener Satzsysteme zu charakterisieren, die — entsprechende methodologische Maßnahmen vorausgesetzt — falsifizierbar sind.

19. Die konventionalistischen Einwände. Gegen unseren Vorschlag, die Falsifizierbarkeit als Kriterium des empirisch-wissenschaftlichen Charakters eines Theoriensystems anzuerkennen, können einige Einwände erhoben werden, die dem Gedankenkreis des Konventionalismus[1] angehören. Wir sind auf manche dieser Einwände schon kurz zu sprechen gekommen (z. B. in *6*, *11*, *17*) und wollen sie nun zusammenhängend behandeln.

Den Ausgangspunkt der konventionalistischen Philosophie glauben wir in dem Staunen über die großzügige *Einfachheit der Welt* zu finden, die sich uns in den Naturgesetzen offenbart. Diese Einfachheit wäre unverständlich und wunderbar, wenn die Naturgesetze, wie der Realist glaubt, eine innere Einfachheit der dem äußeren Schein nach so formenreichen Welt offenbaren würden. Kants Idealismus versucht, diese Einfachheit dadurch zu erklären, daß unser Verstand der Natur seine Gesetze aufprägt; ähnlich, aber noch entschlossener, führt sie der Konventionalist auf eine Schöpfung unseres

---

[1] Hauptvertreter: Poincaré und Duhem, in der Gegenwart: DINGLER (von dessen zahlreichen Schriften wir nennen: Das Experiment; Der Zusammenbruch der Wissenschaft und das Primat der Philosophie (1926)). * Der Deutsche Hugo Dingler darf nicht mit dem Engländer Herbert Dingle verwechselt werden. Der Hauptvertreter des Konventionalismus in der angelsächsischen Welt ist Eddington. Hier kann man auch noch erwähnen, daß Duhem die Möglichkeit entscheidender Experimente leugnet, da er sie als Verifikation auffaßt, während ich die Möglichkeit entscheidender *falsifizierender* Experimente behaupte. (Duhem hebt richtig hervor, daß man nur ganze Theoriensysteme widerlegen kann. Aber anscheinend ist ihm die Asymmetrie zwischen Verifikation und Falsifikation entgangen, was sich auf seine Erörterung der entscheidenden Experimente auswirkt.)

Verstandes zurück. Sie ist ihm kein Ausdruck von Vernunftsgesetzen, die sich der Natur aufprägen [und so die Natur einfach machen]; denn nicht die Natur ist es, die einfach ist: Einfach sind nur die Natur*gesetze*; diese aber sind unsere freien Schöpfungen, unsere Erfindungen, unsere Festsetzungen. Die Naturwissenschaft ist für den Konventionalisten kein Bild der Natur, sondern eine rein begriffliche Konstruktion; nicht die Eigenschaften der Welt bestimmen die Konstruktion, sondern diese bestimmt die Eigenschaften einer künstlichen, von uns geschaffenen Begriffswelt, implizit definiert durch die von uns festgesetzten Naturgesetze. Nur von *dieser* Welt spricht die Wissenschaft.

Die konventionalistisch aufgefaßten Naturgesetze sind durch keine Beobachtung falsifizierbar, denn erst sie bestimmen, was eine Beobachtung, was insbesondere eine wissenschaftliche Messung ist: Die von uns festgesetzten Naturgesetze sind es, auf Grund derer wir unsere Uhren regulieren, unsere „starren" Maßstäbe korrigieren; eine Uhr geht „richtig", ein Maßstab ist „starr", wenn die mit Hilfe dieser Instrumente gemessenen Bewegungen den von uns festgesetzten Axiomen der Mechanik genügen[2].

Der Konventionalismus hat sich große Verdienste um die Aufklärung des Verhältnisses zwischen Theorie und Experiment erworben. Er erkannte die von der Induktionslogik wenig beachtete Rolle, die dem auf Festsetzungen und Deduktionen gegründeten planmäßigen Handeln bei Durchführung und Deutung des wissenschaftlichen Experiments zukommt. Wir halten die konventionalistische Auffassung für in sich geschlossen und durchführbar; eine immanente Kritik hätte wenig Aussicht auf Erfolg. Dennoch schließen wir uns ihr nicht an: Ihr liegt ein anderer Wissenschaftsbegriff zugrunde als der unseren, eine andere Zielsetzung, ein anderer Zweck. Während wir keine endgültige Sicherheit von der Wissenschaft verlangen und deshalb auch keine erreichen, sucht der Konventionalist in der Wissenschaft ein „System letztbegründeter Erkenntnisse" (Dingler). Dieses Ziel ist erreichbar, denn jedes gerade vorliegende wissenschaftliche

[2] Diese Auffassung kann auch als ein Lösungsversuch des Induktionsproblems aufgefaßt werden; denn dieses verschwindet, wenn die Naturgesetze Definitionen (also tautologisch) sind. So wäre z. B. nach der Auffassung von Cornelius (vgl. Zur Kritik der wissenschaftlichen Grundbegriffe, Erkenntnis 2, 1931, Heft 4) der Satz: „Der Schmelzpunkt von Blei liegt bei 335° C" eine (durch induktive Erfahrungen angeregte) *Definition* des Begriffes Blei, und daher unwiderleglich; ein im übrigen bleiartiger Stoff mit anderem Schmelzpunkt wäre eben kein „Blei". Nach unserer Auffassung ist aber jener Satz, wenn er „wissenschaftlich verwendet" wird, synthetisch und besagt u. a., daß ein Element mit der und der Atomstruktur (Ordnungszahl 82) immer diesen Schmelzpunkt hat — gleichgültig, welchen Namen wir ihm geben.

Einen ähnlichen Standpunkt wie Cornelius scheint Ajdukiewicz zu vertreten (vgl. Erkenntnis 4, 1934, Seite 100f. sowie die dort angekündigte Arbeit Das Weltbild und die Begriffsapparatur); er bezeichnet ihn als „radikalen Konventionalismus". (Zusatz bei der Korrektur.)

System kann als System von impliziten Definitionen interpretiert werden; und in ruhigen Zeiten der Wissenschaftsentwicklung wird es zwischen dem konventionalistisch eingestellten und dem Forscher, der unsere Absichten gutheißt, keine oder doch nur rein akademische Gegensätze geben. Anders in Zeiten der Krise. Jedesmal, wenn ein gerade „klassisches" System durch Experimente bedroht ist, die *wir* als Falsifikationen deuten werden, wird der Konventionalist sagen, das System stehe unerschüttert da. Die auftretenden Widersprüche erklärt er damit, daß wir es noch nicht zu handhaben verstehen, und beseitigt sie durch ad hoc eingeführte Hilfshypothesen oder durch Korrektur an den Meßinstrumenten.

In solchen Krisenzeiten zeigt sich deutlich die Verschiedenheit der Zielsetzung: *Wir* hoffen, mit Hilfe eines neu zu errichtenden wissenschaftlichen Systems neue Vorgänge zu entdecken; an dem falsifizierenden Experiment haben wir höchstes Interesse, wir buchen es als Erfolg, denn es eröffnet uns Aussichten in eine neue Welt von Erfahrungen; und wir begrüßen es, wenn diese uns neue Argumente gegen die neuen Theorien liefert. Aber dieser Neubau, dessen Kühnheit wir bewundern, ist für den Konventionalisten ein „Zusammenbruch der Wissenschaft" (Dingler). Für ihn gibt es nur *eine* Methode, ein System innerhalb der möglichen Systeme als anerkannt auszuzeichnen, nämlich die, das *einfachste* — was hier aber meist bedeutet: das jeweils „klassische" — System von Definitionen zu wählen. (Zum Einfachheitsproblem vgl. *41* bis *45* und insbesondere *46*.)

Unser Gegensatz zum Konventionalismus kann nicht durch eine sachlich-theoretische Debatte ausgetragen werden. Dennoch kann man aus dessen Gedankenkreis Einwände gegen unser Abgrenzungskriterium gewinnen, z. B. die folgenden: Zugegeben, daß die theoretischen Systeme der Naturwissenschaft nicht verifizierbar sind; sie sind aber auch nicht falsifizierbar. Denn man kann ja „... für jedes beliebige Axiomensystem das erzielen, was ‚Übereinstimmung mit der Wirklichkeit' genannt wird"[3], und zwar (wie schon angedeutet) auf verschiedene Weise: Einführung von Ad-hoc-Hypothesen; Abänderung der sogenannten „Zuordnungsdefinitionen" (bzw. der expliziten Definitionen — vgl. *17* —, die in unserem Aufbau an deren Stelle treten); Vorbehalte gegen die Verläßlichkeit des Experimentators, dessen bedrohliche Beobachtungen man aus der Wissenschaft ausschaltet, indem man sie als nicht gesichert, als unwissenschaftlich, nicht objektiv, erlogen oder dgl. erklärt (ein Verfahren, das die Physik wohl mit Recht gegenüber okkultistischen Phänomenen anwendet); und schließlich Vorbehalte gegen den Scharfsinn des Theoretikers (der nicht, wie Dingler, daran glaubt, daß man dereinst auch die Theorie der Elektrizität aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz werde ableiten können).

[3] Carnap, Über die Aufgabe der Physik, Kantstudien 28 (1923), S. 106.

Man kann also nach konventionalistischer Ansicht Theoriensysteme nicht in falsifizierbare und nichtfalsifizierbare einteilen; d. h.: diese Einteilung ist nicht eindeutig. Das Kriterium der Falsifizierbarkeit wäre somit kein geeignetes Abgrenzungskriterium.

20. Methodologische Regeln. Ähnlich wie der Konventionalismus sind auch die konventionalistischen Einwände in der Hauptsache unwiderleglich. Das Kriterium der Falsifizierbarkeit ist zunächst in der Tat nicht eindeutig, denn wir können durch Analyse der logischen Form eines Satzsystems nicht entscheiden, ob dieses System ein konventionalistisches, d. h. nicht erschütterbares System von impliziten Definitionen ist oder ein in unserem Sinn empirisches, d. h. ein widerlegbares System. Aber das besagt nur, daß es unmöglich ist, unser Abgrenzungskriterium ohne weiteres auf *Systeme von Sätzen* anzuwenden — ein Umstand, auf den wir z. B. schon in *9* und *11* hingewiesen haben. Die Frage, ob ein vorliegendes *System* als solches konventionalistisch oder empirisch zu nennen ist, ist deshalb falsch gestellt: Nur mit Rücksicht auf die *Methode* kann man von konventionalistischen oder von empirischen Theorien sprechen. Wir können dem Konventionalismus nur durch einen *Entschluß* entgehen: Wir setzen fest, seine Methoden nicht anzuwenden und im Falle einer Bedrohung des Systems dieses nicht durch eine *konventionalistische Wendung* zu retten, d. h. nicht unter allen Umständen das zu „... erzielen, was ‚Übereinstimmung mit der Wirklichkeit' genannt wird".*[1]

Eine klare Einsicht, was man dadurch gewinnt (und verliert), findet man schon — ein Jahrhundert vor Poincaré — bei Black: „Eine geschickte Anwendung gewisser Bedingungen wird fast jede Hypothese mit den Erscheinungen übereinstimmend machen: dies ist der Einbildungskraft angenehm, aber vergrößert unsere Kenntnisse nicht."[1]

Um die methodologischen Regeln aufzufinden, die eine konventionalistische Wendung verhindern sollen, werden wir die verschiedenen möglichen konventionalistischen Verfahrensweisen festzustellen und durch entsprechende „antikonventionalistische" Maßregeln zu verbieten haben. Überdies vereinbaren wir, überall, wo wir ein solches konventionalistisches Vorgehen feststellen, das betreffende System neuerlich zu überprüfen und gegebenenfalls zu verwerfen.

Die vier hauptsächlich in Betracht kommenden konventionalistischen Verfahrensweisen haben wir am Schlusse des vorigen Abschnittes zusammengestellt. Wir erheben keinen Anspruch darauf, daß die Zusammenstellung vollständig ist; der Forscher, insbesondere der Soziologe und der Psychologe (dem Physiker werden wir wohl nur Selbstverständliches

*[1] Hans Albert schreibt statt „*konventionalistische Wendung*" besser „*Immunisierung*".

[1] J. Black, Vorlesungen über Chemie I. (deutsch von Crell, 1804), S. 243.

sagen können), muß immer vor neuen Wendungen dieser Art auf der Hut sein (Beispiel: Psychoanalyse).

Bezüglich der *Hilfshypothesen* setzen wir fest, nur solche als befriedigend zuzulassen, durch deren Einführung der „Falsifizierbarkeitsgrad" des Systems (wie dieser zu beurteilen ist, untersuchen wir eingehend an anderer Stelle: *31* bis *40*) nicht herabgesetzt, sondern gesteigert wird; in diesem Fall bedeutet die Einführung der Hypothese eine Verbesserung: Das System verbietet mehr als vorher. Anders ausgedrückt: Wir betrachten die Einführung einer Hilfshypothese in jedem Fall als den Versuch eines Neubaues und müssen diesen dann daraufhin beurteilen, ob er einen Fortschritt darstellt. Ein typisches Beispiel einer in diesem Sinn zulässigen Hilfshypothese wäre das Pauli-Verbot (vgl. *38*). Ein Beispiel einer unbefriedigenden Hilfsannahme wäre die Lorentz-Fitzgeraldsche Kontraktionshypothese, die keinerlei falsifizierbare Konsequenzen hatte*[2], sondern nur die Übereinstimmung zwischen Theorie und (Michelson-)Experiment wiederherstellte; erst die Relativitätstheorie erzielte einen Fortschritt, denn sie prognostizierte neue Konsequenzen, neue Effekte und eröffnete damit neue Überprüfungs- bzw. Falsifikationsmöglichkeiten. — Wir ergänzen die angegebene Regel noch durch die Bemerkung, daß nicht *alle* unbefriedigenden Hilfshypothesen als konventionalistisch abgelehnt werden müssen; insbesondere singuläre Annahmen, die in das Theoriensystem gar nicht eingehen, die man aber auch oft Hilfshypothesen nennt, sind meist zwar theoretisch belanglos, aber nicht weiter bedenklich. (Beispiel: Im Falle eine nicht reproduzierbare Beobachtung gemacht wird, nimmt man vielleicht einen Beobachtungsfehler an usw.; vgl. Anm. 6 zu *8*, sowie *27*, *68*).

Auch Änderungen der in *17* erwähnten expliziten *Definitionen* durch Zuordnung von Begriffen eines Systems von niedrigerer Allgemeinheitsstufe sind, wenn zweckmäßig, erlaubt, aber als Abänderung des Systems, als Neubau zu beurteilen. Was die *undefinierten* Universalien betrifft, so müssen wir zwei Möglichkeiten unterscheiden: Es gibt (1) undefinierte Begriffe, die nur in Sätzen höchster Allgemeinheitsstufe auftreten, deren Gebrauch dadurch festgelegt ist, daß wir von anderen Begriffen wissen, in welchem logischen Verhältnis sie zu ihnen stehen; sie können im Verlauf der Deduktion eliminiert werden[2] (Beispiel: „Energie"); ferner (2) solche,

*[2] *Das ist falsch:* die Kontraktionshypothese *hat* falsifizierbare Konsequenzen, wie A. Grünbaum in British Journal for the Philosophy of Science 10, 1959, S. 48—50, ausführt. (Sie ist aber natürlich in geringerem Maße nachprüfbar als die spezielle Relativitätstheorie und ist daher ein Beispiel für die Tatsache, daß es *Grade der Ad-hoc-heit* gibt.)

[2] Vgl. z. B. Hahn, Logik, Mathematik und Naturerkennen (Einheitswissenschaft 2, 1933), S. 22ff.; zu dieser Stelle hätten wir nur zu bemerken, daß es nach unserer Meinung „konstituierbare" (d. h. empirisch definierbare) Terme gar nicht gibt. An deren Stelle treten bei uns die undefinierbaren, nur durch den Sprachgebrauch festgelegten Universalien.

die auch in Sätzen niedrigerer Allgemeinheitsstufe vorkommen und deren Verwendung durch den Sprachgebrauch festgelegt ist (Beispiel: „Bewegung", „Massenpunkt", „Lage"). Wir werden unkontrollierte Änderungen der Verwendungsweise verbieten, im übrigen aber wie früher verfahren.

Auch bei den übrigen Punkten (Vorbehalte gegenüber Experimentator bzw. Theoretiker) wäre ähnlich vorzugehen: intersubjektiv nachprüfbare *Effekte* werden wir entweder anerkennen oder Gegenexperimente anstellen; und die bloße Berufung auf künftig zu entdeckende Ableitungen bedeutet uns nichts.

21. Logische Untersuchung der Falsifizierbarkeit. Nur bei solchen Systemen, die bei empirisch-methodischem Vorgehen falsifizierbar wären, werden wir konventionalistische Wendungen zu befürchten haben. Wir wollen annehmen, daß es uns gelingt, diese zu vermeiden, und nun nach der *logischen* Charakterisierung solcher falsifizierbarer Systeme fragen. Wir können dann die Falsifizierbarkeit einer Theorie als eine logische Beziehung zwischen ihr und den Basissätzen kennzeichnen.

Über die singulären Sätze, die wir Basissätze nennen, und die Frage ihrer Falsifizierbarkeit sprechen wir später ausführlich. Hier setzen wir voraus, daß es falsifizierbare Basissätze gibt; wir bemerken, daß wir unter Basissätzen nicht etwa ein System von anerkannten Sätzen verstehen; vielmehr enthält das System der Basissätze alle überhaupt nichtwiderspruchsvollen besonderen Sätze einer gewissen Form — sozusagen alle überhaupt denkbaren Tatsachenfeststellungen; es enthält daher auch Sätze, die einander widersprechen.

Man könnte zunächst vielleicht versuchen, eine Theorie dann empirisch zu nennen, wenn aus ihr besondere Sätze ableitbar sind; das läßt sich aber nicht durchführen, weil zur Deduktion besonderer Sätze immer besondere Sätze, Randbedingungen substituiert werden müssen. Aber auch der Versuch, jene Theorien empirisch zu nennen, aus denen bei Substitution besonderer Sätze andere besondere Sätze ableitbar sind, mißlingt, denn aus nichtempirischen, z. B. tautologischen Sätzen können in Verbindung mit besonderen Sätzen immer besondere Sätze abgeleitet werden. (Nach den Regeln der Logik dürfen wir z. B. sagen: Aus der Konjunktion von „Zwei mal zwei ist vier" und „Hier ist ein schwarzer Rabe" folgt u. a. „Hier ist ein Rabe".) Aber es genügt nicht einmal die Forderung, daß aus der Theorie in Verbindung mit einer Randbedingung *mehr* deduzierbar sein soll als aus der Randbedingung allein; denn das würde zwar tautologische Theorien ausschalten, jedoch nicht synthetisch-metaphysische Sätze. (Beispiel: Aus „Jedes Ereignis hat eine Ursache" und „Hier ereignet sich eine Katastrophe" folgt „Diese Katastrophe hat eine Ursache".)

Wir müßten also etwa verlangen, daß mit Hilfe der Theorie mehr *besondere* [*singuläre*] *empirische* Sätze deduziert werden können, als aus den

Randbedingungen allein ableitbar sind, d. h., wir werden unsere Definition auf eine bestimmte Klasse von besonderen Sätzen, eben die Basissätze, stützen müssen*1. Mit Rücksicht darauf, daß es gar nicht durchsichtig ist, in welcher Weise ein komplizierteres theoretisches System bei der Deduktion von Basissätzen mitwirkt, wählen wir die folgende Definition: Eine Theorie heißt „empirisch" bzw. „falsifizierbar", wenn sie die Klasse aller überhaupt möglichen Basissätze eindeutig in zwei nichtleere Teilklassen zerlegt: in die Klasse jener, mit denen sie in Widerspruch steht, die sie „verbietet" — wir nennen sie die Klasse der *Falsifikationsmöglichkeiten* der Theorie —, und die Klasse jener, mit denen sie nicht in Widerspruch steht, die sie „erlaubt". Oder kürzer: Eine Theorie ist falsifizierbar, wenn die Klasse ihrer Falsifikationsmöglichkeiten nicht leer ist.

Wir bemerken, daß die Theorie nur über die Klasse ihrer Falsifikationsmöglichkeiten etwas aussagt. [Sie behauptet die Falschheit aller ihrer Falsifikationsmöglichkeiten.] Über die anderen, die erlaubten Basissätze,

---

*1 Formulierungen, die der hier gegebenen äquivalent sind, wurden nach Veröffentlichung meines Buches immer wieder als Kriterien für den *Sinn* von *Sätzen* (anstatt als *Abgrenzungs*kriterien für theoretische *Systeme*) propagiert, auch von Kritikern, die mein Falsifizierbarkeitskriterium sehr von oben herab behandelten. Es ist jedoch klar, daß die vorliegende Formulierung der Forderung nach Falsifizierbarkeit äquivalent ist, wenn sie als *Abgrenzungs*kriterium verwendet wird. Denn wenn der Basissatz b_2 nicht aus b_1 allein, wohl aber aus der Konjunktion von b_1 und der Theorie t folgt (dies ist die Formulierung im Text), dann ist damit gesagt, daß die Konjunktion von b_1 mit der Negation von b_2 der Theorie t widerspricht. Die Konjunktion von b_1 mit der Negation von b_2 ist aber ein Basissatz (vgl. *28*). Daher verlangt unser Kriterium die Existenz eines falsifizierenden Basissatzes, d. h., es fordert die Falsifizierbarkeit genau in meinem Sinn. (Siehe auch Anm. *1 zu *82*.)

Als Kriterium des *Sinnes* (oder der „schwachen Verifizierbarkeit") versagt diese Forderung jedoch aus verschiedenen Gründen. Erstens, weil die Negationen mancher sinnvoller Sätze nach diesem Kriterium sinnlos wären. Zweitens, weil die Konjunktion eines sinnvollen Satzes mit einem „sinnlosen Scheinsatz" sinnvoll wäre — was ebenso absurd ist.

Wenn wir nun diese kritischen Einwände gegen unser *Abgrenzungs*kriterium richten, ergibt sich, daß beide ihm nichts anhaben können. Zu dem ersten Einwand vgl. *15* oben, besonders Anm. *2 (und auch Abschnitt *22 meines Postscript). Was den zweiten Einwand betrifft, so können empirische Theorien (wie etwa die Newtons) „metaphysische" Elemente enthalten. Aber diese können nicht durch eine exakte Regel eliminiert werden; wenn es uns allerdings gelingt, die Theorie als Konjunktion eines nachprüfbaren und eines (überflüssigen) nichtnachprüfbaren Teiles darzustellen, dann wissen wir natürlich, daß wir nunmehr eine der metaphysischen Komponenten aus der Theorie eliminieren können.

Der vorangehende Absatz dieser Anmerkung kann als ein praktisches Beispiel für eine *methodologische Regel* dienen (vgl. den Schluß von Anm. *5 zu *80*): nachdem wir eine konkurrierende Theorie der Kritik unterworfen haben, sollen wir stets alles unternehmen, um dieselben oder ähnliche kritische Einwände auf unsere eigene Theorie anzuwenden.

sagt sie nichts aus; insbesondere sagt sie nicht, daß diese Sätze etwa „wahr“ sind[*2].

22. Falsifizierbarkeit und Falsifikation. Wir müssen zwischen Falsifizierbarkeit und Falsifikation deutlich unterscheiden. Die Falsifizierbarkeit führen wir lediglich als Kriterium des empirischen Charakters von Satzsystemen ein; wann ein System als falsifiziert anzusehen ist, muß durch eigene Regeln bestimmt werden.

Wir nennen eine Theorie nur dann falsifiziert, wenn wir Basissätze anerkannt haben, die ihr widersprechen (vgl. *11*, Regel 2). Diese Bedingung ist notwendig, aber nicht hinreichend, denn nichtreproduzierbare Einzelereignisse sind, wie wir schon mehrfach erwähnt haben, für die Wissenschaft bedeutungslos; widersprechen also der Theorie nur einzelne Basissätze, so werden wir sie deshalb noch nicht als falsifiziert betrachten. Das tun wir vielmehr erst dann, wenn ein die Theorie widerlegender *Effekt* aufgefunden wird; anders ausgedrückt: wenn eine (diesen Effekt beschreibende) empirische Hypothese von niedriger Allgemeinheitsstufe, die der Theorie widerspricht, aufgestellt wird und sich bewährt. Eine solche Hypothese nennen wir *falsifizierende Hypothese*[1]. Wenn wir verlangen, daß diese Hypothese empirisch, also falsifizierbar sein muß, so ist damit nur ihre logische Beziehung zu möglichen Basissätzen gemeint, d. h., diese Forderung bezieht sich auf die logische Form der Hypothese. Die Bemerkung hingegen, daß sich die Hypothese bewährt, bezieht sich auf ihre Prüfung durch anerkannte Basissätze[*1].

[*2] Tatsächlich werden einander viele der „erlaubten“ Basissätze im Rahmen der Theorie widersprechen. (Vgl. *38*.) So „instantiiert“ beispielsweise selbstverständlich jede Menge von genau drei Positionen eines Planeten das allgemeine Gesetz „Alle Planeten bewegen sich in Kreisen“ (d. h. „Jede Menge von Positionen irgendeines Planeten liegt auf demselben Kreis“), aber zwei solche „Instanzen“ werden zusammen zumeist dem Gesetz widersprechen.

[1] Die falsifizierende Hypothese kann von sehr niedriger Allgemeinheitsstufe sein (sozusagen dadurch gewonnen, daß man die individuellen Koordinaten eines Beobachtungsergebnisses „laufend macht“, also z. B. von der Art der Machschen „Tatsache“ in *18*); ja sie muß, wenn auch intersubjektiv nachprüfbar, nicht einmal ein streng allgemeiner Satz sein; so wird zur Falsifikation des Satzes: „Alle Raben sind schwarz“ der intersubjektiv nachprüfbare Satz hinreichen, daß im Tiergarten zu N. eine Familie von weißen Raben lebt; usw. * All dies zeigt, wie dringend notwendig die Ersetzung einer falsifizierten Hypothese durch eine bessere ist. In den meisten Fällen hat man, bevor eine Hypothese falsifiziert wird, schon eine andere auf Lager; denn das falsifizierende Experiment ist gewöhnlich ein *experimentum crucis*, das zwischen den beiden Hypothesen entscheiden soll. Das heißt, dieses Experiment ist durch die Tatsache angeregt, daß sich die zwei Hypothesen in irgendeiner Hinsicht unterscheiden, und macht sich diese Gegebenheit zunutze, um (mindestens) eine von ihnen zu widerlegen.

[*1] Es könnte scheinen, als enthielte diese Bezugnahme auf anerkannte Basissätze den Keim eines unendlichen Regresses. Denn unser Problem ist hier folgendes. Da eine Hypothese durch *Anerkennung* eines Basissatzes falsifiziert wird, brauchen wir *methodologische Regeln für die Anerkennung von Basissätzen.* Wenn sich nun diese Regeln ihrerseits auf anerkannte Basissätze berufen, können wir in einen unendlichen Regreß geraten. Darauf erwidere ich, daß die Regeln, die wir brauchen, nur Regeln für die Anerkennung derjenigen Basissätze sind, die eine bestimmte gut geprüfte und bisher erfolgreiche Hypothese falsifizieren; und daß die anerkannten Basissätze, auf die sich die Regel selbst stützt, diese Eigenschaft nicht zu haben brauchen. Außerdem ist die im Text formulierte Regel keineswegs erschöpfend; sie erwähnt nur einen wichtigen Aspekt der Anerkennung von Basissätzen, die eine sonst erfolgreiche Hypothese falsifizieren, und wird in Kapitel V (besonders in *29*) erweitert.

In einer persönlichen Mitteilung stellt Professor J. H. Woodger die Frage: wie oft muß ein Effekt tatsächlich reproduziert werden, um als „*reproduzierbarer Effekt*“ (als „*Entdeckung*“) zu gelten? Die Antwort ist: in manchen Fällen ist *nicht einmal eine Wiederholung nötig*. Wenn ich behaupte, daß im Tiergarten zu N. eine Familie von weißen Raben lebt, dann behaupte ich damit etwas *prinzipiell Nachprüfbares*. Wenn jemand diese Behauptung nachprüfen will und bei seiner Ankunft in N. erfährt, daß die weißen Raben tot sind oder daß niemand jemals von ihnen gehört hat, dann bleibt es ihm überlassen, ob er meinen falsifizierenden Basissatz annimmt oder verwirft. In der Regel stehen ihm Mittel zur Verfügung, mit deren Hilfe er sich eine Meinung bilden kann, etwa Zeugen, Dokumente usw., d. h. der Rückgriff auf andere intersubjektiv nachprüfbare und reproduzierbare Tatsachen. (Vgl. *27* bis *30*.)

Die Basissätze spielen also zwei verschiedene Rollen: Einerseits ist das System aller logisch-möglichen Basissätze sozusagen ein Bezugssystem, mit dessen Hilfe wir die Form empirischer Sätze logisch kennzeichnen können; anderseits sind die *anerkannten* Basissätze Grundlage für die Bewährung von Hypothesen. Widersprechen anerkannte Basissätze einer Theorie, so sind sie nur dann Grundlage für deren Falsifikation, wenn sie gleichzeitig eine falsifizierende Hypothese bewähren.

23. „Ereignis“ und „Vorgang“. Wir haben die — zunächst nicht eindeutige — Forderung der Falsifizierbarkeit in zwei Teile zerlegt. Dem ersten Teil, den methodologischen Forderungen (vgl. *20*), haftet eine gewisse Unbestimmtheit an; der zweite Teil, das logische Kriterium, ist völlig bestimmt, sobald angegeben wird, welche Sätze wir Basissätze nennen (vgl. *28*). Dieses logische Kriterium haben wir vorerst in einer recht formalen Weise dargestellt, als eine logische Beziehung zwischen Sätzen, nämlich zwischen der Theorie und den Basissätzen. Hier wollen wir, um unser Kriterium dem Verständnis näherzubringen, eine „realistische“ Ausdrucksweise angeben, die der formalen Ausdrucksweise äquivalent, aber der üblichen besser angepaßt ist.

In realistischer Ausdrucksweise kann man sagen, daß ein besonderer Satz (Basissatz) ein [*singuläres*] *Ereignis* darstellt oder beschreibt. Anstatt von den durch die Theorie verbotenen Basissätzen zu sprechen, können wir dann auch sagen, daß die Theorie gewisse Ereignisse verbietet, d. h. durch das Eintreffen solcher Ereignisse falsifiziert wird.

Der Gebrauch des etwas vagen Ausdrucks „Ereignis“ ist nun nicht unproblematisch, und man hat vorgeschlagen[1], diesen Ausdruck aus den erkenntnislogischen Überlegungen überhaupt zu eliminieren und statt von dem „Eintreffen“ oder „Nichteintreffen“ eines Ereignisses von der „Wahrheit“ oder „Falschheit“ von Sätzen zu sprechen. Wir wollen aber lieber den Ausdruck „Ereignis“ beibehalten und ihn so definieren, daß seine Verwendung einwandfrei ist, d. h., daß man überall, wo man von einem Ereignis spricht, statt dessen auch von (besonderen) Sätzen sprechen kann [die ihm entsprechen].

Wir stützen die Definition des Begriffs „Ereignis“ darauf, daß man zu sagen pflegt, zwei äquivalente (besondere) Sätze stellen ein und dasselbe Ereignis dar. Das legt den Gedanken nahe, die folgende Gebrauchsdefinition einzuführen: Ist p_k ein besonderer Satz (der Index *k* deutet die auftretenden Individualien bzw. die individuellen Koordinaten an), so nennen wir die Klasse aller mit dem Satz p_k äquivalenten Sätze das „Ereignis P_k“. So ist z. B. ein Ereignis, „daß es soeben hier donnert“. Wir betrachten dieses Ereignis als Klasse der Sätze: „Es donnert hier soeben“, „Es donnert in Wien im 13. Bezirk am 10. Juni 1933 um 17 Uhr 15 Minuten“ und der dazu äquivalenten Sätze. Die realistische Formulierung: „Der Satz p_k stellt das Ereignis P_k dar“ („beschreibt“ es, usw.) können wir somit als gleichbedeutend auffassen mit der Trivialität: „Der Satz p_k ist ein Element der Klasse P_k aller mit ihm äquivalenten Sätze.“ Ähnlich fassen wir den Satz: „Das Ereignis P_k tritt ein“ als gleichbedeutend auf mit: „p_k und alle mit p_k äquivalenten Sätze sind wahr“.

Der Zweck dieser Übersetzungsregeln ist nicht, zu behaupten, daß der, der in realistischer Ausdrucksweise das Wort „Ereignis“ gebraucht, dabei etwa an Klassen von Sätzen denkt; sondern wir wollen eine Interpretation der realistischen Ausdrucksweise angeben, die z. B. verständlich macht, was es heißt, daß ein Ereignis P_k einer Theorie t widerspricht. Wir können diesen Satz jetzt zwangslos so deuten, daß er aussagt, jeder mit p_k äquivalente Satz stehe mit der Theorie t in Widerspruch (sei eine Falsifikationsmöglichkeit der Theorie t).

Für das, was an einem Ereignis typisch, universell ist, was an ihm durch Allgemeinbegriffe beschrieben werden kann, wollen wir den Ausdruck

---

[1] Insbesondere einige Wahrscheinlichkeitstheoretiker; vgl. Keynes, Über Wahrschein-
lichkeit (deutsch von Urban, 1926), S. 3. Keynes verweist dort auf Ancillon als den ersten
Schriftsteller, der diese („*formale*“) Redeweise vorschlägt; ferner auf Boole, Czuber und
Stumpf. * Obwohl ich meine („syntaktischen“) Definitionen von „*Ereignis*“ und „*Vor-*
gang“ noch immer als *für meine Zwecke* adäquat betrachte, halte ich sie nicht mehr für intui-
tiv adäquat, das heißt, ich behaupte nicht mehr, daß diese Definitionen unseren Sprach-
gebrauch oder die von uns intendierten Bedeutungen adäquat darstellen. Den Hinweis,
daß eine „semantische“ Definition anstatt einer „syntaktischen“ erforderlich wäre, gab
mir (1935 in Paris) Alfred Tarski.

Vorgang einführen. (Wir verstehen also unter einem Vorgang — vielleicht ein wenig abweichend vom gewöhnlichen Sprachgebrauch — nicht etwa ein komplexes Ereignis.) Wir definieren: Ein „Vorgang (P)“ ist die Klasse aller Ereignisse P_k, P_l, … die sich *nur* durch die Verschiedenheit der Individualien [der raum-zeitlichen Positionen; siehe *13*] unterscheiden. Wir werden also z. B. von dem Satz: „Hier und jetzt wird ein Glas Wasser umgeworfen“ sagen, daß er ein Element des Vorganges „Umwerfen eines Wasserglases“ ist.

Von dem besonderen Satz p_k, der ein Ereignis P_k darstellt, sagt man in realistischer Ausdrucksweise, er behaupte, daß sich an der [raum-zeitlichen] Stelle *k* der Vorgang (P) ereignet oder abspielt; wir fassen diese Formulierung als gleichbedeutend auf mit der, daß die Klasse P_k der mit p_k äquivalenten besonderen Sätze ein Element des Vorganges (P) ist.

Wenden wir diese Terminologie[2] an, so können wir sagen, daß eine falsifizierbare Theorie nicht nur *ein* Ereignis verbietet, sondern immer mindestens einen Vorgang; die Klasse der verbotenen Basissätze, der Falsifikationsmöglichkeiten der Theorie, wird, da die Theorie auf keine Individualien Bezug nimmt, wenn sie nicht leer ist, unbegrenzt viele Basissätze enthalten. Wir können die besonderen Sätze (Basissätze), die zu *einem* Vorgang gehören, „homotyp“ nennen (analog zu den zu *einem* Ereignis gehörigen „äquivalenten“ Sätzen). Jede nichtleere Klasse von Falsi-
fikationsmöglichkeiten einer Theorie enthält dann wenigstens *eine* [nicht
leere] Klasse von homotypen Basissätzen.

Wir denken uns die Klasse aller überhaupt möglichen Basissätze durch
einen Kreis veranschaulicht. Diese Kreisfläche können wir gewissermaßen
als den „Inbegriff aller möglichen Erfahrungswelten“ („empirischen
Wirklichkeiten“) auffassen. Denken wir uns die Vorgänge entlang der
Radien des Kreises angeordnet sowie die Ereignisse mit gleichen Indivi-
dualien bzw. Koordinaten etwa auf dem gleichen (konzentrischen) Kreis,
so können wir die Bedingung der Falsifizierbarkeit durch die Forderung
veranschaulichen, daß es zu jeder empirischen Theorie mindestens *einen*
Radius geben muß, den sie verbietet.

An Hand dieses Bildes können wir auch den in *15* angedeuteten „meta-
physischen“ Charakter der universellen Es-gibt-Sätze erläutern*1: Zu

---

[2] Man beachte, daß zwar besondere Sätze „Ereignisse“ *darstellen*, nicht aber allgemeine
Sätze „Vorgänge“; sie *verbieten* aber „Vorgänge“. — Analog zum Begriff „Ereignis“
könnte man jedoch den Begriff „Gesetzmäßigkeit“ definieren — in der Weise, daß allge-
meine Sätze „Gesetzmäßigkeiten“ *darstellen*; aber wir brauchen einen solchen Begriff
nicht, da wir uns eben nur dafür interessieren, was die allgemeinen Sätze *verbieten*. Damit
entfallen für uns Fragen wie die, ob es Gesetzmäßigkeiten (universelle „Sachverhalte“
u. dgl.) gibt. * Doch werden solche Fragen trotzdem in *79* und jetzt auch in Anhang *IX
sowie in Abschnitt *15 des Postscript behandelt.

*1 Das Bild wird insbesondere in den Abschnitten *31* ff. unten Verwendung finden.

jedem von ihnen wird es zwar einen Vorgang [einen Radius] geben, derart, daß jeder zu diesem Vorgang gehörige Basissatz den Es-gibt-Satz verifiziert; aber die Klasse seiner Falsifikationsmöglichkeiten ist leer: es *folgt* aus ihm *nichts* über die möglichen „Erfahrungswelten“ [denn er verbietet keinen Radius]. Daß umgekehrt aus jedem Basissatz ein universeller Es-gibt-Satz folgt, kann nicht als Argument für dessen empirischen Charakter angeführt werden: Auch jede Tautologie folgt aus jedem Basissatz, denn sie folgt aus jedem beliebigen Satz.

Eine Bemerkung über die Kontradiktion: Während die Tautologien, die universellen Es-gibt-Sätze und andere nichtfalsifizierbare Sätze sozusagen „zu wenig“ über die Klasse der möglichen Basissätze behaupten, behauptet die Kontradiktion „zu viel“. Da aus jeder Kontradiktion jeder beliebige Satz, also auch jeder Basissatz folgt*2, kann man sagen, daß die Klasse ihrer Falsifikationsmöglichkeiten mit der aller überhaupt möglichen Basissätze identisch ist; sie wird durch jeden beliebigen Basissatz falsifiziert. (Man könnte sagen, daß sich hier ein Vorzug unserer Betrachtung der „Falsifikationsmöglichkeiten“ vor einer Betrachtung der „Verifikationsmöglichkeiten“ zeigt: wäre es möglich, einen Satz durch Verifikation seiner Folgesätze zu verifizieren oder auch nur wahrscheinlich zu machen, so würde die Kontradiktion durch Anerkennung jedes beliebigen Basissatzes erhärtet, verifiziert oder wahrscheinlich werden.)

---

*2 Selbst zehn Jahre nach Veröffentlichung dieses Buches war diese Tatsache keineswegs allgemein anerkannt. Die Sachlage läßt sich wie folgt zusammenfassen: ein faktisch falscher Satz „impliziert material“ jeden Satz (aber er impliziert nicht logisch jeden Satz). Ein logisch falscher Satz impliziert logisch jeden Satz, d. h., aus einem logisch falschen Satz kann jeder beliebige Satz deduziert werden. Daher ist es natürlich wesentlich, klar zu unterscheiden zwischen einem bloß *faktisch falschen* (synthetischen) Satz und einem *logisch falschen*, *widerspruchsvollen* Satz, also einem, aus dem ein Satz der Form $p \cdot \bar{p}$ abgeleitet werden kann.

Daß ein widerspruchsvoller Satz jeden beliebigen Satz logisch impliziert, läßt sich auf folgende Weise zeigen:

Aus Russels „primitive propositions“ erhalten wir sofort

(1) $$p \to (p \vee q)$$

und weiter durch Substitution von „$\bar{p}$“ für „p“ und dann von „$p \to q$“ für „$\bar{p} \vee q$“

(2) $$\bar{p} \to (p \to q),$$

was durch „Importation“

(3) $$\bar{p} \cdot p \to q$$

ergibt.

Formel (3) aber erlaubt uns, mit Hilfe des Modus ponens *jeden beliebigen* Satz q aus jedem Satz der Form „$\bar{p} \cdot p$“ oder „$p \cdot \bar{p}$“ abzuleiten. (Siehe auch meine Arbeit in Mind 52, 1943, S. 47ff. und Conjectures and Refutations, S. 317ff.) Die Tatsache, daß aus widerspruchsvollen Prämissen alles ableitbar ist, wird von P. P. WIENER mit Recht als wohlbekannt behandelt (The Philosophy of Bertrand Russell, hrsg. von P. A. Schilpp, 1944, S. 264); überraschenderweise zweifelte aber Russell in seiner Antwort an Wiener (op. cit. S. 695f.) diese Tatsache an, wobei er allerdings von „*falschen* Sätzen“ sprach, während Wiener sich auf „*widerspruchsvolle* Prämissen“ bezog.

24. Falsifizierbarkeit und Widerspruchslosigkeit. Unter den Forderungen, die an ein theoretisches System (Axiomensystem) gestellt werden müssen, nimmt die der Widerspruchslosigkeit eine Sonderstellung ein. Man kann sie als die oberste axiomatische Grundforderung bezeichnen, der *jedes* theoretische System, sei es empirisch oder nichtempirisch, genügen muß.

Um die grundsätzliche Bedeutung dieser Forderung einzusehen, genügt nicht die naheliegende Überlegung, daß ein widerspruchsvolles System abgelehnt werden muß, weil es „falsch“ ist; wir arbeiten ja oft mit Sätzen, die eigentlich falsch sind, dabei aber Resultate liefern, die für gewisse Zwecke genügen*1 (z. B.: Nernstsche „Näherungsgleichung“ für Gasgleichgewichte). Aber man sieht die Bedeutung der Widerspruchslosigkeit ein, wenn man bedenkt, daß ein widerspruchsvolles Satzsystem deshalb nichtssagend ist, weil jede beliebige Folgerung aus ihm abgeleitet werden kann; kein Satz wird ausgezeichnet, weder als unvereinbar, noch als ableitbar, da *alle* ableitbar sind. Ein widerspruchsfreies System hingegen teilt die Menge aller möglichen Sätze in solche, denen es widerspricht, und in solche, mit denen es vereinbar ist (unter diesen sind auch seine direkten Folgerungen). Deshalb ist die Widerspruchslosigkeit das allgemeinste Kriterium für die Verwendbarkeit eines Satzsystems, gleichgültig, ob empirisch oder nichtempirisch.

Die *empirischen* Sätze müssen neben der Bedingung der Widerspruchslosigkeit noch einer weiteren Bedingung genügen: sie müssen *falsifizierbar* sein. Die beiden Bedingungen sind weitgehend analog[1]: Sätze, die der Bedingung der Widerspruchslosigkeit nicht genügen, zeichnen aus der Menge aller überhaupt möglichen Sätze keine Sätze aus. Sätze, die der Bedingung der Falsifizierbarkeit nicht genügen, zeichnen aus der Menge aller möglichen empirischen (Basis-)Sätze keine Sätze aus.

---

*1 Vgl. mein Postscript, Abschnitt *3 (meine Erwiderung auf den „zweiten Vorschlag“) und Abschnitt *12, Punkt (2).

1 Vgl. meine Note in Erkenntnis 3 (1933), S. 426. * Jetzt in Anhang *I unten abgedruckt.

Interpretation —, verschwinden. Gegenüber dem Waismannschen Vorschlag erweist sich dabei freilich eine gewisse Korrektur notwendig: Waismanns Begriff des Spielraumsverhältnisses (vgl. Anm. 2 zu *48*) setzt voraus, daß dieses nicht nur für Teilklassenbeziehungen (Implikationen) definiert ist, sondern allgemeiner: auch solche Sätze sollen nach ihren Spielräumen vergleichbar sein, deren zugeordnete Spielräume einander nur teilweise überdecken (inkommensurable Sätze nach *32*, *33*). Aber diese Annahme, die auf große Schwierigkeiten stößt, ist überflüssig; man kann so vorgehen, daß man zunächst zeigt, daß bei den in Betracht kommenden („regellosen") Fällen der Teilklassenvergleich und der der Häufigkeiten *gleichsinnig* verlaufen muß; damit ist der Berechtigungsnachweis für die Zuordnung der Häufigkeiten zu den Spielräumen (als deren *Metrik*) erbracht; nach der Zuordnung der Metrik werden dann natürlich die fraglichen, innerhalb der Teilklassenbeziehung inkommensurablen Sätze von selbst kommensurabel. Wir deuten diesen einfachen Berechtigungsnachweis nur flüchtig an.

Besteht zwischen zwei Merkmalklassen γ und β die Teilklassenbeziehung

$$\gamma \subset \beta,$$

so gilt

$$(k)\,[Fsb\,(k\,\varepsilon\,\gamma) \geqslant Fsb\,(k\,\varepsilon\,\beta)] \qquad (\text{vgl. } 33)$$

so daß die logische Wahrscheinlichkeit des Spielraums von $(k\,\varepsilon\,\gamma)$ *kleiner oder gleich* sein muß als die von $(k\,\varepsilon\,\beta)$; sie ist nur dann *gleich*, wenn mit Rücksicht auf eine Bezugsklasse α (α kann auch die Allklasse sein) die Regel gilt (die die Form eines Naturgesetzes hat):

$$(x)\,\{[x\,\varepsilon\,(\alpha\cdot\beta)] \rightarrow (x\,\varepsilon\,\gamma)\}.$$

Gilt dieses „Naturgesetz" nicht, wird also in dieser Hinsicht „Regellosigkeit" angenommen, so gilt die *Ungleichung*; dann muß aber auch gelten — vorausgesetzt, daß α abzählbar (als Bezugsfolge verwendbar) ist:

$${}_{\alpha}\mathrm{H}\,(\gamma) < {}_{\alpha}\mathrm{H}\,(\beta),$$

d. h., bei „Regellosigkeit" muß der Spielraumsvergleich kommensurabler Sätze mit dem der relativen Häufigkeiten *gleichsinnig* verlaufen. Wir dürfen also unter der Voraussetzung, daß in den betreffenden Fällen „Regellosigkeit" herrscht, den Spielraumsverhältnissen die Häufigkeiten als ihre *Metrik* zuordnen, was wir mit Hilfe der Definition der formalistischen Wahrscheinlichkeit indirekt bereits in *71* getan haben; denn aus den angegebenen Informationen hätten wir ja auch unmittelbar auf:

$${}_{\alpha}\mathrm{W}_{k}\,(\gamma) < {}_{\alpha}\mathrm{W}_{k}\,(\beta)$$

schließen dürfen.

Damit kehren wir zu unserem Ausgangspunkt, dem Interpretationsproblem, zurück: der zunächst so undurchsichtige Streit zwischen objektiver oder subjektiver Theorie kann durch die naheliegende Definition der formalistischen Wahrscheinlichkeit aus der Welt geschafft werden.

IX. Kapitel

BEMERKUNGEN ZUR QUANTENMECHANIK

Das Rüstzeug, das wir gewonnen haben — vor allem durch die Untersuchung des Wahrscheinlichkeitsproblems —, soll nun an einer aktuellen Frage der Forschung erprobt werden; wir wollen versuchen, einige recht dunkle Punkte der modernen Quantenphysik mit den Mitteln der logischen Analyse aufzuhellen.

Ein solches Unterfangen: mit logisch-philosophischen Methoden in das Zentrum der physikalischen Problematik vorzustoßen, wird das schärfste Mißtrauen des Physikers erwecken. Die gesunde Skepsis, die berechtigten Widerstände, mit denen wir rechnen, hoffen wir im Laufe unserer sachlichen Auseinandersetzung überwinden zu können. Hier wollen wir nur zu bedenken geben, daß in jeder Wissenschaft Fragen auftreten, die vorwiegend logischer Natur sind; und es ist, wenn wir aus ihrer intensiven Beteiligung an der erkenntnistheoretischen Diskussion Schlüsse ziehen dürfen, wohl auch die Ansicht vieler Quantenphysiker, daß gerade die Lösung manches ungeklärten quantenmechanischen Problems in diesem Grenzgebiet zwischen Logik und Physik gesucht werden muß.

Vorwegnehmend geben wir unsere hauptsächlichsten Ergebnisse an:

(1) Jene quantenmechanischen Formeln, die man nach Heisenberg als *Unbestimmtheitsrelationen*, d. h. als Beschränkungen der erreichbaren Meßgenauigkeit interpretiert, sind formalistische Wahrscheinlichkeitsaussagen (vgl. *71*) und als solche *statistisch* zu interpretieren; wir werden die so interpretierten Formeln „statistische Streuungsrelationen" nennen.

(2) Genauere Messungen, als durch die Unbestimmtheitsrelationen erlaubt sind, widersprechen nicht dem Formalismus der Quantenmechanik und seiner statistischen Interpretation; die Quantenmechanik wäre also nicht widerlegt, wenn genauere Messungen gelingen sollten.

(3) Die Heisenbergsche Genauigkeitsbeschränkung ist demnach nicht aus dem Formalismus ableitbar, sondern eine selbständige, zusätzliche Annahme.

(4) Aber noch mehr: Diese zusätzliche Annahme Heisenbergs *widerspricht* dem statistisch interpretierten Formalismus der Quantenmechanik; nicht nur, daß nach der Quantenmechanik genauere Messungen zulässig sind: es können sogar Gedankenexperimente angegeben werden, die genauere

Messungen als möglich erweisen. (Dieser Widerspruch ist es, wie wir glauben, der alle jene Schwierigkeiten hervorruft, an denen das Wunderwerk der modernen Quantenphysik krankt — so sehr, daß Thirring[1] über sie sagen kann, sie sei „... ihren Schöpfern selbst zugestandenermaßen ein undurchdringliches Rätsel geblieben".)

Unsere Untersuchung[2], die man als eine axiomatische bezeichnen könnte, vermeidet mathematische Deduktionen und Formeln (mit Ausnahme einer einzigen). Das ist möglich, weil wir die Korrektheit des mathematischen Formalismus nicht anzweifeln, sondern uns nur mit den logischen Konsequenzen seiner auf Born zurückgehenden physikalischen Interpretation beschäftigen.

Bezüglich des Streits um die „Kausalität" fordern wir die Ausschaltung der gegenwärtig beliebten indeterministischen Metaphysik. Diese zeichnet sich gegenüber der bis vor kurzem in Kreisen der Physiker herrschenden deterministischen Metaphysik zwar nicht durch größere Klarheit aus, wohl aber durch größere Unfruchtbarkeit.

Um zu verhindern, daß meine im Interesse der Klarheit oft scharfe Kritik mißdeutet wird, möchte ich es nicht im ungewissen lassen, daß ich die Leistungen der Schöpfer der modernen Quantenmechanik zu den größten zähle, die wissenschaftlicher Geist je hervorgebracht hat *1.

73. Das Heisenbergsche Programm und die Unbestimmtheitsrelationen. Heisenberg ging bei seiner Neubegründung der Atommechanik[1] von einem erkenntnistheoretischen Programm aus: Er wollte jene Größen aus der Theorie ausmerzen, die einer experimentellen Beobachtung unzugänglich sind (also etwa: die metaphysischen Bestandteile der Theorie). Solche

[1] Thirring, Die Wandlung des Begriffssystems der Physik (enthalten in: Krise und Neuaufbau in den exakten Wissenschaften, Fünf Wiener Vorträge von Mark, Thirring, Hahn, Nöbeling, Menger, Verlag Deuticke, Wien und Leipzig, 1933), S. 30.

[2] Wir beschränken uns im folgenden auf Interpretationsfragen der Quantenmechanik mit Ausschluß der Probleme der Wellenfelder (Diracsche Emissions- und Absorptionstheorie, Supraquantisierung der Maxwell-Diracschen Feldgleichungen); wir erwähnen diese Beschränkung, weil sich unsere Überlegungen auf Interpretationsfragen, die sich z. B. an die Äquivalenz von quantisiertem Wellenfeld und korpuskularem Gas knüpfen, nur unter entsprechenden Vorsichtsmaßregeln übertragen lassen.

*1 Ich habe meinen Standpunkt weder in dieser Hinsicht noch bezüglich der wesentlichen Punkte meiner Kritik geändert. Aber im Zuge der Umgestaltung meiner Interpretation der Wahrscheinlichkeitstheorie habe ich auch meine Interpretation der Quantentheorie geändert. Meine gegenwärtige Ansicht ist in meinem Postscript zu finden, wo ich unabhängig von der Quantentheorie den *Indeterminismus* vertrete. Dennoch halte ich das Kapitel IX — mit Ausnahme von Abschnitt *77*, der auf einem Fehler beruht — noch immer für richtig, besonders den Abschnitt *76*.

[1] W. Heisenberg, Zeitschrift für Physik 33 (1925), S. 879; wir beziehen uns im folgenden zumeist auf Heisenbergs Buch: Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie (1930).

Größen traten nämlich in der Bohrschen Theorie, an die Heisenberg anknüpfte, auf; den Elektrobahnen, oder genauer: den Umlauffrequenzen der Elektronen entsprach in den experimentellen Befunden nichts (denn die emittierten, in den Spektrallinien beobachtbaren Frequenzen entsprechen nicht den Umlaufsfrequenzen). Heisenberg hoffte, durch Ausschaltung dieser nichtbeobachtbaren Größen die Unzulänglichkeiten zu überwinden, an denen die Bohrsche Theorie krankte.

Die Situation hatte eine gewisse Ähnlichkeit mit der, die Einstein in der Lorentz-Fitzgeraldschen Kontraktionshypothese vorfand. Auch in dieser Theorie, die den negativen Ausfall des Michelson-Versuchs erklären sollte, gab es Größen — die Relativbewegungen in bezug auf den ruhenden Lorentzschen Äther —, die einer experimentellen Überprüfung nicht zugänglich sind. In beiden Fällen erklärten die zu reformierenden Theorien gewisse beobachtbare Naturvorgänge, aber sie benötigten dazu die wenig befriedigende Annahme, daß es physikalische Vorgänge, definierte physikalische Größen gibt, die die Natur der Beobachtung entzieht, vor dem Auge des Naturforschers verbirgt.

Einstein zeigte, daß jene nichtbeobachtbaren Vorgänge der Lorentzschen Theorie eliminierbar sind. Ähnliches kann man auch von der Heisenbergschen Theorie sagen, zumindest von ihrem mathematischen Gehalt. Dennoch scheint hier noch manches zu tun übrig; in Heisenbergs Interpretation seiner Theorie erscheint sein Programm noch keineswegs durchgeführt: Noch immer entzieht die Natur in raffinierter Weise gewisse, in der Theorie auftretende Größen unserer Beobachtung.

Das hängt mit den von Heisenberg aufgestellten sogenannten *Unbestimmtheitsrelationen* zusammen. Diesen liegt folgender Gedankengang zugrunde: Jede physikalische Messung beruht auf einem Energieaustausch zwischen dem zu messenden Objekt und dem Meßapparat (eventuell dem Beobachter); das Objekt kann z. B. mit Licht angestrahlt und ein Teil der an ihm gestreuten Lichtmenge von dem Meßapparat absorbiert werden. Der Energieaustausch wird den Zustand des Objekts verändern, so daß dieser nach der Messung ein anderer sein wird als vorher. So lernt man durch die Messung eigentlich immer einen Zustand kennen, der durch den Messungsvorgang soeben zerstört wurde. Diese Störung kann man bei makroskopischen Objekten vernachlässigen, nicht aber bei atomaren Objekten, die z. B. durch Bestrahlung mit Licht stark beeinflußt werden können. Man kann daher den Zustand eines atomaren Objekts *nach* der Messung aus dieser nicht erschließen, die Messung *nicht als Grundlage von Prognosen* verwenden. Man kann zwar immer durch eine neue Messung den Zustand nach der vorhergehenden feststellen, stört aber dann das System neuerdings in unberechenbarer Weise. Die Messung läßt sich zwar so einrichten, daß gewisse Zustandsgrößen (etwa der *Impuls* des Teilchens) nicht gestört werden, aber nur auf Kosten anderer Zustandsgrößen (in diesem Fall der *Lage* des Teilchens), die dann durch diese Messung um so stärker gestört werden. Für zwei in dieser Weise einander zugeordnete Zustandsgrößen gilt also der Satz, daß sie nicht gleichzeitig genau gemessen werden können (obwohl jede allein genau gemessen werden kann): je genauer die eine Zustandsgröße, etwa die Impulskomponente p_x gemessen wird, also je kleiner der Genauigkeitsspielraum Δp_x wird, um so ungenauer muß die Messung der Ortskoordinate x, um so größer muß der Spielraum Δx ausfallen. Die größte erreichbare Genauigkeit ist dabei nach Heisenberg durch die Relation[2]

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$$

(entsprechende Relationen gelten für die y- und z-Koordinaten)

festgelegt: das Produkt der Ungenauigkeiten ist mindestens von der Größenordnung von h (h ist das Plancksche Wirkungsquantum). Aus dieser Formel folgt, daß eine völlig exakte Messung einer Größe mit völliger Unbestimmtheit der anderen erkauft werden müßte.

Da nach diesen „Heisenbergschen Unbestimmtsheitsrelationen" jede Ortsmessung die Impulsmessung stört, können wir die *Bahn eines Teilchens* grundsätzlich nicht prognostizieren. „Der Begriff der ‚Bahn' hat daher für die neue Mechanik keinen angebbaren Sinn ..."[3]

Hier tritt aber eine Schwierigkeit auf: Die Unbestimmtheitsrelationen beziehen sich ja nur auf die Zustandsgrößen, die dem Teilchen *nach* der Messung zukommen; Ort und Impuls eines Elektrons bis zum Augenblick der Messung kann man ohne grundsätzliche Genauigkeitsbeschränkung feststellen. Das folgt schon daraus, daß man ja mehrere Messungen hintereinander machen kann und daß man z. B. bei den Kombinationen: (a) zweimalige Ortsmessung, (b) Ortsmessung mit vorangegangener und (c) mit nachfolgender Impulsmessung aus den erhaltenen Angaben für die Zeit *zwischen* den beiden Messungen (zunächst[4] nur für diese) genaue Orts- und Impulskoordinaten berechnen kann. Diese genauen Berechnungen sind jedoch nach Heisenberg zur Prognostizierung unverwendbar: eine empirische Überprüfung ist unmöglich, weil die Rechnung ja nur für die Bahn zwischen zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Experimenten, zwischen denen kein weiterer Eingriff vorgenommen wurde, gültig ist (jede zum Zweck der Überprüfung vorgenommene Anordnung müßte die Bahn

[2] Zur Ableitung dieser Formel vgl. Anm. 2 zu *75*.

[3] March, Die Grundlagen der Quantenmechanik (1931), S. 55.

[4] Daß der Fall (b) u. U. auch eine Rechnung über die Vergangenheit des Elektrons *vor* der ersten Messung gestattet (worauf Heisenberg anspielt), wird uns in *77* und in Anhang *VI* noch ausführlich beschäftigen. * Wie den Abschnitt *77* betrachte ich auch den Inhalt dieser Anmerkung nun als falsch.

derart stören, daß unsere Angaben ungültig werden). Heisenberg schreibt über diese genauen Messungen: „... ob man der Rechnung über die Vergangenheit des Elektrons irgendeine physikalische Realität zuordnen soll, ist eine reine Geschmacksfrage"[5] — womit er offenbar meint, daß solche unüberprüfbare Bahnberechnungen physikalisch bedeutungslos sind; und Schlick[6] bemerkt zu dieser Heisenbergschen Stelle (ähnliche Bemerkungen finden sich bei March[7], Weyl[8] und anderen): „Ich würde mich aber lieber noch stärker ausdrücken, in vollkommener Übereinstimmung mit der, wie ich glaube, unanfechtbaren Grundanschauung Bohrs und Heisenbergs selbst. Ist eine Aussage über einen Elektronenort in atomaren Dimensionen nicht verifizierbar, so können wir ihr auch keinen Sinn zuschreiben; es wird unmöglich, von der ‚Bahn' einer Partikel zwischen zwei Punkten zu sprechen, an denen sie beobachtet wurde." Jedenfalls ist es möglich, innerhalb des neuen Formalismus solche „sinnlose" oder metaphysische Bahnen zu berechnen; und wir sehen daran, daß Heisenberg sein Programm nicht durchgeführt hat. Denn die Situation läßt nur zwei Deutungen zu: Entweder hat das Teilchen eine exakte Lage und einen exakten Impuls (also auch eine exakte Bahn), und wir können sie nur nicht gleichzeitig messen: dann ist die Natur noch immer so eingerichtet, daß sie gewisse physikalische Größen vor uns verbirgt — zwar weder die Lage noch den Impuls des Teilchens, aber die Vereinigung dieser beiden Zustandsgrößen, sozusagen den „Lageimpuls". (Diese Deutung sieht in den Unbestimmtheitsrelationen eine Beschränkung unserer Kenntnisse, sie ist *subjektiv*.) Oder aber (*objektive* Deutung) es ist unerlaubt, unkorrekt, metaphysisch, dem Teilchen überhaupt einen solchen scharfen „Lageimpuls" bzw. eine „Bahn" zuzuschreiben — es *hat* eben keine „Bahn", sondern nur eine genaue Lage, verbunden mit einem ungenauen Impuls und umgekehrt —, dann enthält der Formalismus der Theorie metaphysische Bestandteile, denn der „Lageimpuls" ist ja, wie wir sahen — für Zeitintervalle, innerhalb derer er grundsätzlich durch Beobachtungen nicht überprüft werden kann — mit Hilfe der Theorie genau errechenbar.

Es ist interessant, wie die Diskussion zwischen diesen beiden Auffassungen schwankt; so schreibt z. B. Schlick unmittelbar, nachdem er, wie wir gesehen haben, für die objektive Auffassung eintritt: „Von den Naturvorgängen selbst kann nicht mit Sinn irgendeine ‚Verschwommenheit' oder ‚Ungenauigkeit' ausgesagt werden, nur in bezug auf unsere Gedanken kann

[5] Heisenberg, Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie (1930), S. 15.

[6] Schlick, Die Kausalität in der gegenwärtigen Physik, Die Naturwissenschaften 19 (1931), S. 159.

[7] March, a. a. O. und an anderen Stellen (z. B. S. 1f., S. 57) usw.

[8] Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, S. 68 (vgl. das letzte Zitat in *75*: „... der Sinn dieser Begriffe ...").

von dergleichen die Rede sein (nämlich dann, wenn wir nicht sicher wissen, welche Aussagen wahr ... sind)" — eine Bemerkung, die sich offenbar gegen jene objektive Auffassung wendet, die annimmt, daß nicht unsere Kenntnis, sondern der Impuls des Teilchens durch die genaue Ortsmessung ungenau, „verschmiert"*1 wird. Ein ähnliches Schwanken finden wir bei vielen anderen Autoren. Ob man sich nun für die objektive Auffassung entscheidet oder für die subjektive: die Frage, ob das Heisenberg-Programm, die Ausmerzung der metaphysischen Bestandteile durchgeführt ist, wird dadurch nicht berührt. Man gewinnt daher auch nichts, wenn man mit Heisenberg beide Auffassungen durch die Bemerkung zu vereinigen sucht[9], „... daß eben eine in dem Sinn ‚objektive' Physik, d. h. eine ganz scharfe Trennung der Welt in Objekt und Subjekt, nicht mehr möglich ist". Heisenberg hat die Aufgabe, die Quantentheorie von metaphysischen Bestandteilen zu reinigen, noch nicht gelöst.

74. Kurzer Bericht über die statistische Deutung der Quantenmechanik. Bei seiner Ableitung der Unbestimmtheitsrelationen verwendet Heisenberg (im Anschluß an Bohr) den Gedanken, daß die atomphysikalischen Vorgänge sowohl durch das „quantentheoretische Partikelbild" als auch durch das „quantentheoretische Wellenbild" beschreibbar sind.

Die moderne Quantentheorie ist nämlich auf zwei verschiedenen Wegen entwickelt worden. Heisenberg ging von der klassischen Theorie der Partikel (Elektronen) aus, die er quantentheoretisch umdeutete, Schrödinger von der (gleichfalls „klassischen") Wellentheorie de Broglies: er ordnete dem Elektron ein „Wellenpaket" zu, d. h. eine Gruppe von Partialwellen, die sich innerhalb eines kleinen Bereiches durch Interferenz verstärken, außerhalb desselben jedoch auslöschen. Schrödinger konnte zeigen, daß seine Wellenmechanik mit der Heisenbergschen Quantenmechanik äquivalent ist.

Die Paradoxie, die in der Äquivalenz zweier so grundverschiedener Bilder, wie des Teilchens- und des Wellenbildes, zu liegen scheint, wurde von Born durch statistische Interpretation der beiden Theorien aufgeklärt: Auch die Wellentheorie ist als eine Partikeltheorie zu interpretieren; die Schrödingersche Wellengleichung kann so gedeutet werden, daß sie die *Wahrscheinlichkeit* dafür angibt, das Elektron an einem bestimmten Ort anzutreffen. (Diese Wahrscheinlichkeit ist bestimmt durch das Quadrat der

*1 Der Ausdruck „verschmiert" stammt von Schrödinger. Das Problem der objektiven Existenz oder Nichtexistenz einer „Bahn" — ob die Bahn „verschmiert" oder nur nicht zur Gänze bekannt ist — hat meines Erachtens grundlegende Bedeutung. Die Wichtigkeit dieser Frage wird durch das Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen unterstrichen, das in den Anhängen *XI und *XII besprochen wird.

[9] Heisenberg, Physikalische Prinzipien, S. 49.

Wellenamplitude; sie ist innerhalb des Wellenpakets groß, da sich dort die Wellen verstärken, außerhalb desselben ist sie verschwindend.)

Daß die Quantenmechanik als *statistische Theorie* zu interpretieren ist, war durch verschiedene Umstände nahegelegt; z. B. dadurch, daß eine ihrer wichtigsten Aufgaben, die Deduktion der Spektren der Atome, seit der Einsteinschen Lichtquantenhypothese statistisch aufzufassen war: die beobachtbaren Lichtwirkungen werden von dieser als Massenerscheinung gedeutet, hervorgerufen durch das Auffallen von Lichtkorpuskeln. „Die experimentellen Methoden der Atomphysik haben sich ..., durch die Erfahrung geleitet, ausschließlich auf statistische Fragestellungen eingestellt. Die Quantenmechanik, welche die systematische Theorie der so beobachteten Gesetzmäßigkeiten liefert, entspricht vollkommen dem gegenwärtigen Stande der Experimentalphysik, indem sie sich gleichfalls von vornherein auf statistische Fragen und Antworten beschränkt."[1]

Die Quantenmechanik kommt nur in ihrer Anwendung auf atomphysikalische Effekte zu Ergebnissen, die von denen der klassischen Mechanik abweichen; angewendet auf makroskopische Vorgänge, liefern ihre Formeln mit größter Annäherung die der klassischen Mechanik: „Die Gesetze der klassischen Mechanik gelten auch nach der Quantentheorie, wenn man sie als Beziehungen zwischen statistischen Mittelwerten auffaßt" (March[2]). Anders ausgedrückt: Die klassischen Formeln können als Makrogesetze abgeleitet werden.

In manchen Darstellungen wird versucht, die statistische Interpretation der Quantenmechanik darauf zurückzuführen, daß die Meßbarkeit der physikalischen Größen in atomaren Dimensionen durch die Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelationen beschränkt ist: Wegen der Unsicherheit der Messungen wird bei jedem atomaren Experiment „... das Ergebnis im allgemeinen unbestimmt sein, d. h., man wird, wenn man den Versuch mehrmals unter denselben Bedingungen wiederholt, verschiedene Ergebnisse erhalten; wiederholt man den Versuch sehr oft, so wird man finden, daß jedes einzelne Ergebnis in einem bestimmten Bruchteil aller Fälle auftritt, so daß man auch sagen kann, daß es eine bestimmte Wahrscheinlichkeit dafür gibt, gerade dieses einzelne Ergebnis zu erhalten, wenn der Versuch einmal ausgeführt wird" (Dirac[3]). Ähnlich schreibt March[4] mit Bezug auf die Unbestimmtheitsrelationen: „Zwischen Gegenwart und Zukunft bestehen ... nur Wahrscheinlichkeitsbeziehungen und damit ist der Charakter der neuen Mechanik als einer ... *statistischen Theorie* hinreichend klargestellt."

[1] Born-Jordan, Elementare Quantenmechanik (1930), S. 322f.

[2] March, Die Grundlagen der Quantenmechanik (1931), S. 170.

[3] Dirac, am Anfang der Quantum Mechanics (1930). [S. 10 der 1. Auflage; eine Parallelstelle findet sich in der 3. Auflage, 1947, auf Seite 14.]

[4] March, a. a. O., S. 3.

Wir halten den Versuch, einen solchen Zusammenhang zwischen den Unbestimmtheitsrelationen und der statistischen Interpretation der Quantenmechanik zu konstruieren, nicht für einwandfrei; der logische Zusammenhang scheint uns geradezu der umgekehrte zu sein, da die Unbestimmtheitsrelationen aus der (statistisch zu deutenden) Schrödingerschen Wellengleichung ableitbar sind, nicht aber diese aus den Unbestimmtheitsrelationen. Wollen wir diesen Ableitbarkeitsverhältnissen aber Rechnung tragen, so müssen wir auch die Interpretation der Unbestimmtheitsrelationen abändern.

75. Statistische Umdeutung der Unbestimmtheitsrelationen. Es gilt seit Heisenberg als erwiesen, daß eine gleichzeitige Orts- und Impulsmessung, die genauer ist, als es die Unbestimmtheitsrelationen zulassen, der Quantenmechanik widersprechen würde; daß also das „Verbot" einer genaueren Messung aus der Quanten- bzw. Wellenmechanik deduzierbar ist: Die Theorie wäre als falsifiziert zu betrachten, wenn Messungen mit „verbotener" Genauigkeit durchgeführt werden könnten[1].

Wir halten diese Ansicht für falsch. Wohl sind die Heisenbergschen Formeln ($\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$ usw.) aus der Theorie streng deduzierbar[2], aber nicht die *Interpretation* dieser Formeln als Genauigkeitsbeschränkungen im Sinne Heisenbergs. Jene genaueren Messungen können deshalb mit der Quanten- bzw. Wellenmechanik nicht in logischem Widerspruch stehen. Wir müssen demnach deutlich unterscheiden zwischen den *Formeln*, die wir kurz „Heisenberg-Formeln" nennen wollen, und deren — gleichfalls von Heisenberg stammenden — *Interpretation* als Unbestimmtheitsrelation, d. h. als Einschränkungen der erreichbaren Meßgenauigkeit.

Bei der mathematischen Deduktion der Heisenberg-Formeln muß die Wellengleichung oder eine äquivalente Voraussetzung benützt werden; d. h. eine Voraussetzung, die (nach dem vorigen Abschnitt) statistisch interpretiert werden kann. In dieser Interpretation aber ist die Beschreibung eines einzelnen Teilchens durch ein Wellenpaket zweifellos als *formalistische Wahrscheinlichkeitsaussage* (vgl. *71*) zu kennzeichnen. Die Wellenamplitude

[1] Von einer ausführlichen Kritik der sehr verbreiteten, etwas naiven Ansicht, daß durch die Überlegungen Heisenbergs die Unmöglichkeit solcher Messungen endgültig bewiesen wird, können wir absehen (vgl. z. B. Jeans, Die neuen Grundlagen der Naturerkenntnis, 1934, S. 254: „Einen Ausweg aus dieser Zwickmühle hat die Wissenschaft nicht gefunden. Im Gegenteil, man hat beweisen können, daß es keinen Ausweg gibt"). Es ist ja klar, daß ein solcher Beweis niemals geführt werden kann und daß die Unbestimmtheitsrelationen im besten Fall aus den quanten- bzw. wellenmechanischen Hypothesen deduzierbar sind und mit diesen auch empirisch widerlegbar sein müssen. Plausibilitätsüberlegungen können in dieser Frage natürlich nichts entscheiden.

[2] Eine strenge Ableitung gibt Weyl Gruppentheorie und Quantenmechanik (2. Aufl., 1931), S. 68 bzw. 345.

bestimmt ja die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen an einem bestimmten Ort anzutreffen; eine solche, auf ein einzelnes Teilchen bezogene Wahrscheinlichkeitsaussage ist aber formalistisch. Nimmt man die statistische Interpretation der Quantenmechanik an, so müßten daher die aus diesen formalistischen Aussagen deduzierten Heisenberg-Formeln gleichfalls als Wahrscheinlichkeitsaussagen aufgefaßt werden — also auch als formalistisch, wenn man sie auf einzelne Teilchen bezieht; auch sie muß man daher korrekterweise *statistisch* interpretieren.

Der subjektiven Lesart: „Je genauer wir den Ort eines Partikels messen, um so weniger können wir über seinen Impuls wissen", stellen wir also als grundlegend eine statistisch-objektive gegenüber, die etwa folgendermaßen zu lauten hat: Nimmt man an einer Menge von Partikeln eine physikalische Aussonderung jener Partikel vor, denen zu einem gewissen Zeitpunkt mit vorgeschriebener Genauigkeit eine bestimmte Ortskoordinate x zugeschrieben werden kann, dann werden die Impulskomponenten in der x-Richtung innerhalb eines Bereiches Δp_x zufallsartig streuen; der Streuungsbereich Δp_x wird dabei um so größer sein, je enger Δx, d. h. der Genauigkeitsspielraum der Ortsaussonderung, vorgeschrieben wurde. Und umgekehrt: Nimmt man eine physikalische Aussonderung jener Partikel vor, deren Impulskomponenten in der x-Richtung innerhalb eines vorgegebenen Spielraumes Δp_x fallen, dann werden die Lagekoordinaten innerhalb eines Spielraumes Δx zufallsartig streuen, der um so größer sein wird, je enger Δp_x, d. h. der Genauigkeitsspielraum der Impulsaussonderung, vorgeschrieben wurde. Und schließlich: Sondert man jene Partikel aus, die sowohl das Merkmal Δx als auch das Merkmal Δp_x haben, so läßt sich eine solche Aussonderung nur dann physikalisch durchführen, wenn man die beiden Spielräume hinreichend groß wählt, so daß $\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$ ist. — Wir werden die so interpretierten Heisenberg-Formeln *statistische Streuungsrelationen* nennen[*1].

In unserer statistischen Interpretation ist zunächst nicht von Messungen die Rede, sondern von physikalischen Aussonderungen[3]. Wir müssen die Beziehungen zwischen diesen beiden Ausdrücken klarstellen.

[*1] Ich vertrete noch immer die hier entwickelte objektive Interpretation, führe jedoch eine wichtige Änderung ein. Wo ich in diesem Absatz von einer „Menge von Partikeln" spreche, würde ich nun sagen: „eine Menge — oder eine Folge — von Wiederholungen eines Experiments, das mit *einem* Teilchen (oder *einem* System von Teilchen) angestellt wird". Ähnliches gilt für die folgenden Absätze. So soll z. B. der „Strahl" von Teilchen interpretiert werden als aus wiederholten Experimenten mit einem oder mehreren Teilchen bestehend — als Resultat einer Aussonderung durch Ausblendung der unerwünschten Teilchen. (Siehe den *Zusatz* auf S. 411.)

[3] Von „Aussonderungen" spricht z. B. auch Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik (2. Aufl., 1931), S. 67ff.; er sieht jedoch nicht, wie wir, einen Gegensatz zwischen Messung und Aussonderung.

Wir sprechen von einer *physikalischen Aussonderung*, wenn wir z. B. aus einer Teilchenmenge einen Strahl ausblenden, der nur solche Teilchen enthält, die durch einen schmalen Spalt, also durch einen Ortsbereich Δx hindurchgegangen sind; von den Teilchen des ausgeblendeten Strahls können wir sagen, daß sie auf Grund ihres Merkmales Δx physikalisch-technisch isoliert wurden; nur eine solche physikalisch-technische Isolierung bezeichnen wir als „physikalische Aussonderung“ — im Gegensatz zu einer bloß *gedanklich* durchgeführten Aussonderung, einer gedanklichen Zusammenfassung etwa jener Teilchen innerhalb einer nicht ausgeblendeten Teilchenmenge, die durch einen Bereich Δx hindurchgegangen sind oder hindurchgehen werden.

Jede physikalische Aussonderung kann natürlich auch als experimentelle *Messung*[4] aufgefaßt und benützt werden: Wird ein Teilchenstrahl durch Ausblendung ausgesondert (Ortsaussonderung) und später z. B. der Impuls eines Teilchens gemessen, so kann man die Ortsaussonderung als Ortsmessung betrachten, denn wir wissen durch sie, daß das Teilchen an dem und dem Ort war (*wann* es dort war, erfahren wir u. U. nicht bzw. nur durch eine andere Messung). Umgekehrt kann aber nicht jede Messung als physikalische Aussonderung aufgefaßt werden. Denken wir uns etwa einen monochromatisierten Strahl von in der x-Richtung fliegenden Elektronen, so können wir mit Hilfe eines Spitzenzählers jene Elektronen verzeichnen, die an einem bestimmten Ort einschlagen. Mit den zeitlichen Abständen der Einschläge messen wir auch die örtlichen Abstände, also die Lagen, die sie bis zum Zeitpunkt der Einschläge in der x-Richtung hatten, ohne jedoch etwa eine physikalische Aussonderung von Teilchen auf Grund eines Ortsmerkmals in der x-Richtung vorzunehmen. Wir werden denn auch als Ergebnis der Messung im allgemeinen eine durchaus zufallsartige Verteilung der Lagen in der x-Richtung verzeichnen.

In ihrer physikalischen Anwendung besagen somit unsere statistischen Streuungsrelationen etwa folgendes: Bemüht man sich, auf irgendeinem Wege eine *möglichst homogene Teilchenmenge* herzustellen, so stoßen diese Bemühungen auf grundsätzliche Schranken in Form der Streuungsrelationen. Man kann also zwar einen monochromatisierten Parallelstrahl durch physikalische Aussonderung herstellen, z. B. einen Strahl von Elektronen mit gleichen Impulsen. Versucht man jedoch, diese Menge von Elektronen noch homogener zu machen (etwa dadurch, daß man den Strahl ausblendet), um auf diese Weise Elektronen zu bekommen, die nicht nur den gleichen Impuls haben, sondern auch durch einen engen Ortsbereich Δx bestimmt sind, so kann das nicht gelingen: Die Ortsausblendung bedeutet einen

[4] Unter einer „Messung“ verstehen wir, in Übereinstimmung mit dem allgemeinen physikalischen Sprachgebrauch, nicht nur unmittelbare Messungen, sondern auch mittelbare Berechnungen (in der Physik kommen fast nur solche Messungen vor).

Eingriff in das System mit dem Erfolg, daß die Impulskomponenten p_x (in gesetzmäßiger Weise [das heißt, entsprechend den Heisenberg-Formeln]) um so stärker zu streuen beginnen, je schärfer die Ortsausblendung ist. Umgekehrt muß man, wenn man einen ortsausgeblendeten Strahl parallel richten und monochromatisieren will, die Ausblendung dadurch rückgängig machen, daß man den Strahl verbreitert (im Idealfall — z. B. wenn die p_x Komponenten aller Teilchen 0 werden sollen — müßte man ihn sogar unendlich breit machen). Wird die Homogenität einer Aussonderung soweit als möglich gesteigert (so daß das Gleichheitszeichen der Heisenberg-Formeln gilt, nicht das Ungleichheitszeichen), so heißt eine solche Aussonderung ein *reiner Fall*[5].

Wir können somit die statistischen Streuungsrelationen auch so formulieren: Es gibt keine Teilchenmenge, die homogener ist als ein reiner Fall*2.

Daß der mathematischen Ableitbarkeit der Heisenberg-Formeln aus den grundlegenden quantenmechanischen Gleichungen auch eine Ableitbarkeit der *Interpretation* jener Formeln aus der *Interpretation* dieser Grundgleichungen genau entsprechen muß, ist bisher in keiner Weise berücksichtigt worden. So wird, wie wir im vorigen Abschnitt angedeutet haben, die Situation z. B. von March genau umgekehrt dargestellt: Die statistische Interpretation der Quantenmechanik erscheint bei ihm als eine Folge von Heisenbergs Genauigkeitsbeschränkungen. Anders wieder leitet Weyl die Heisenberg-Formeln zwar streng aus der Wellengleichung ab; aber obwohl er diese statistisch interpretiert, interpretiert er die abgeleiteten Heisenberg-Formeln als Genauigkeitsbeschränkungen; und das, obwohl er bemerkt, daß die so interpretierten Formeln mit der Bornschen statistischen Interpretation in einem gewissen Gegensatz stehen. Diese erfährt nämlich nach Weyl durch die Unbestimmtheitsrelationen „... eine gewisse Korrektur. Es ist nicht bloß so, daß Ort und Geschwindigkeit eines Korpuskels nur statistischen Gesetzen unterliegen, daß sie aber an sich in jedem Einzelfall präzis bestimmt sind; sondern der Sinn dieser Begriffe hängt an den Mes-

[5] Nach Weyl, Zeitschrift für Physik 46 (1927), S. 1, und J. v. Neumann, Göttinger Nachrichten (1927), S. 245. Kennzeichnet man den reinen Fall (nach Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, S. 70; vgl. auch: Born-Jordan, Elementare Quantenmechanik, S. 315) dadurch, „... daß er auf keine Weise durch Mischung zweier von ihm verschiedener statistischer Gesamtheiten erzeugt werden kann“, so müssen reine Fälle entsprechend unserer Definition nicht gerade reine Impuls- oder Ortsaussonderungen sein, sondern sie können z. B. auch so zustande kommen, daß man den Ort mit *vorgegebener* Genauigkeit aussondert und den Impuls mit dann *eben noch erreichbarer* Genauigkeit.

*2 Im Sinne von Anm. *1 muß dieser Satz natürlich folgendermaßen neuformuliert werden: „Es gibt keine Versuchsanordnung, durch die eine Menge oder Folge von Experimenten hergestellt werden kann, deren Resultate homogener sind als ein reiner Fall.“

sungen, die zu ihrer Feststellung dienen, und eine genaue Messung des Orts nimmt uns die Möglichkeit, die Geschwindigkeit zu ermitteln"[6].

Der von Weyl empfundene Gegensatz zwischen Borns statistischer Interpretation der Quantenmechanik und Heisenbergs Genauigkeitsbeschränkungen besteht in der Tat; nur ist er weit schärfer, als Weyl annimmt. Nicht nur, daß eine Ableitung der Genauigkeitsbeschränkungen aus der statistisch gedeuteten Wellengleichung unmöglich ist: die (von uns noch nachzuweisende) Tatsache, daß die experimentellen Ergebnisse und Möglichkeiten mit Heisenbergs Interpretation nicht in Einklang stehen, kann als ein entscheidendes Argument, sozusagen als ein experimentum crucis zugunsten der statistischen Interpretation der Quantenmechanik aufgefaßt werden.

76. Ausschaltung der Metaphysik durch Umkehrung des Heisenberg-Programms. Anwendungen. Wenn wir von der Annahme ausgehen, daß die spezifisch quantenmechanischen Formeln Wahrscheinlichkeitshypothesen, statistische Aussagen sind, so ist nicht einzusehen, welche Einzelverbote aus einer derartigen Theorie (abgesehen von den extremen Fällen der Wahrscheinlichkeiten 1 und 0) deduzierbar sein sollten; einen Widerspruch zwischen einzelnen Messungsergebnissen und den Formeln der Quantenphysik zu konstruieren, ist logisch ebensowenig möglich, wie etwa einen Widerspruch der formalistischen Wahrscheinlichkeitsaussage: ${}_{\alpha}W_{k}(\beta) = p$ (der Würfelwurf k ist mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ ein Fünferwurf) und einem der beiden folgenden Sätze: $k \varepsilon \beta$ (der Würfelwurf k ist ein Fünferwurf) oder $k \varepsilon \overline{\beta}$ (der Würfelwurf k ist kein Fünferwurf).

Diese einfachen Überlegungen geben uns ein Mittel in die Hand, alle scheinbaren „Beweise" zu widerlegen, die zeigen sollen, daß genaue Orts- und Impulsmessungen mit der Quantenmechanik im Widerspruch stehen oder daß durch die Annahme, solche Messungen seien möglich, innerhalb der Theorie Widersprüche auftreten müßten. Da nämlich jeder derartige Beweis von quantenmechanischen Überlegungen, angewendet auf *einzelne* Teilchen, also von formalistischen Wahrscheinlichkeitsaussagen Gebrauch machen muß, so muß er sich sozusagen wortwörtlich in die statistische Ausdrucksweise übersetzen lassen. Dabei zeigt sich dann, daß ein Widerspruch zwischen den als möglich supponierten genauen Einzelmessungen und den Theorien der Quantenmechanik in ihrer statistischen Interpretation nicht besteht, sondern nur ein scheinbarer Widerspruch zu den formalistischen Aussagen. (Wir geben in Anhang V ein Beispiel für die Diskussion eines solchen „Beweises".)

[6] Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, S. 68.

Es ist also unrichtig, daß die Quantenmechanik genaue Messungen *verbietet*; richtig ist jedoch, daß man aus den spezifisch quantenmechanischen, statistisch zu deutenden Formeln (zu denen wir weder den Impuls- noch den Energieerhaltungssatz rechnen wollen) exakte *Einzelprognosen nicht ableiten* kann. Insbesondere dann, wenn man versucht, durch Eingriffe in das System, durch physikalische Aussonderungen bestimmte Randbedingungen herzustellen, muß das nach den Streuungsrelationen mißlingen; da nun die gewöhnliche Technik des Experimentierens eben darin besteht, gewisse Randbedingungen herzustellen, so können wir (aber *nur* für diese „*konstruktive*" Experimentiertechnik[1]) aus unseren Streuungsrelationen den Satz ableiten, daß man mit Hilfe der Quantenmechanik keine Einzel-, sondern nur Häufigkeitsprognosen aufstellen kann.

In diesem Satz ist unsere Stellungnahme zu allen jenen Gedankenexperimenten enthalten, die Heisenberg (zum Teil im Anschluß an Bohr) diskutiert, um den Nachweis zu erbringen, daß Messungen mit einer durch die Unbestimmtheitsrelationen verbotenen Genauigkeit unmöglich sind: In allen diesen Fällen handelt es sich darum, daß wegen der auftretenden statistischen Streuungen die Bahn des Teilchens nach dem messenden Eingriff nicht mehr *prognostizierbar* ist.

Es liegt nun nahe zu vermuten, daß durch unsere Umdeutung der Unbestimmtheitsrelationen nicht viel gewonnen ist; auch Heisenberg behauptet ja, wie wir in unserer Darstellung hervorzuheben bemüht waren, im wesentlichen nichts anderes als die Unbestimmtheit von *Prognosen*, und da wir in diesem Punkt mit ihm bis zu einem gewissen Grad übereinstimmen, so könnte man glauben, daß wir im wesentlichen nur die Terminologie geändert, aber keinen sachlichen Fortschritt erzielt haben. Diese Vermutung ist unberechtigt: unsere Ansichten und die von Heisenberg widersprechen einander unmittelbar. Wir verschieben aber den Nachweis dieser Widersprüche bis zum nächsten Abschnitt und zeigen vorerst, daß die typischen Schwierigkeiten der Heisenbergschen Auffassung durch unsere Auffassung verschwinden und daß wir auch in völlig durchsichtiger Weise zeigen können, wie diese Schwierigkeiten entstehen.

Zunächst besprechen wir die Frage, an der, wie wir zeigten, die Durchführung des Heisenberg-Programms scheitert: die im Formalismus auftretenden genauen Orts- und Impulsmessungen bzw. die genauen Bahnberechnungen (vgl. *73*), deren „physikalische Realität" Heisenberg notgedrungen in Schwebe läßt, während sie andere (z. B. Schlick) direkt bestreiten. Wir können die fraglichen Experimente (a), (b), (c) statistisch interpretieren; der Kombination (c), der Ortsmessung mit darauffolgender Impulsmessung, entspricht dann z. B. folgendes Experiment: Wir blenden

[1] Ein Ausdruck von Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, S. 67.

einen Strahl scharf aus (Ortsmessung) und nehmen dann an jenen Teilchen, die in eine bestimmte Richtung geflogen sind, eine Impulsmessung vor (durch die natürlich ihrerseits wieder eine Streuung der Orte bewirkt wird). Durch diese beiden Experimente wird die Bahn jener Teilchen, die durch die zweite Aussonderung erfaßt werden, zwischen den beiden Messungen genau bestimmt, Orte und Impulse zwischen beiden Messungen werden genau berechenbar.

Diese Messungen und Bahnbestimmungen, die den in Heisenbergs Auffassung überflüssigen Bestandteilen der Theorie genau entsprechen, sind nun in unserer Interpretation der Theorie nichts weniger als überflüssig: Sie dienen zwar nicht als Randbedingungen, als Grundlage zur Prognosendeduktion, aber sie sind unentbehrlich, wenn wir unsere Prognosen, nämlich unsere *Häufigkeitsprognosen*, überprüfen wollen: Die statistischen Streuungsrelationen behaupten ja, daß die Impulse bei Ortsausblendung streuen. Diese Prognose wäre nicht überprüfbar, nicht falsifizierbar, wenn wir nicht durch Experimente von der geschilderten Art imstande wären, die verschiedenen Impulse im Augenblick nach der Ortsaussonderung zu messen bzw. zu berechnen[*1].

Die statistisch interpretierte Theorie steht daher mit der Möglichkeit exakter Einzelmessungen nicht nur nicht in Widerspruch, sondern sie wäre gar nicht nachprüfbar, sie wäre „metaphysisch", wenn diese Möglichkeit nicht bestünde. Die Durchführung des Heisenbergschen Programms, die Elimination der metaphysischen Bestandteile, erfolgt hier also auf einem Weg, der dem Heisenbergschen entgegengesetzt ist: Während Heisenberg

---

[*1] Ich betrachte diesen Absatz (und den ersten Satz des folgenden Absatzes) als einen der wichtigsten in diesem Zusammenhang und bin mit dem hier Gesagten noch immer voll und ganz einverstanden. Da es immer wieder zu Mißverständnissen kommt, möchte ich die Sache hier etwas ausführlicher erklären. Die *Streuungsrelationen* besagen, daß eine scharfe Ortsaussonderung (etwa durch eine Spalte in einem Schirm) zu einer Streuung der Impulse führt. (Die einzelnen Impulse werden eigentlich nicht „unbestimmt", sondern „nichtprognostizierbar", und zwar so, daß wir voraussagen können, daß sie streuen werden.) Dies ist nun eine Prognose, die wir durch *Messung der einzelnen Impulse* und Feststellung ihrer statistischen Verteilung nachprüfen müssen. Diese Messungen der einzelnen Impulse (die zu einer neuen Streuung führen — aber diese brauchen wir hier nicht zu berücksichtigen) werden in jedem einzelnen Fall beliebig präzise Resultate ergeben und jedenfalls sehr viel präzisere als Δp, d. h. die mittlere Streuungsbreite. Nun gestatten uns diese Messungen der verschiedenen Einzelimpulse, deren Werte bis zu der Stelle zurückzuberechnen, an der durch die Spalte der Ort ausgesondert und gemessen wurde. Und diese „Berechnung der Vergangenheit" des Teilchens (vgl. Anm. 4 zu *73*) ist wesentlich; ohne sie könnten wir nicht behaupten, daß wir die Impulse unmittelbar nach der Ortsaussonderung messen; und daher könnten wir auch nicht behaupten, daß wir die Streuungsrelationen nachprüfen — und das tun wir faktisch durch jedes Experiment, das eine Erhöhung der Streuung als Folge einer Verengung der Spalte zeigt. Daher wird als Folge der Streuungsrelationen nur die Präzision der *Voraussage* „verschmiert" oder „unscharf", aber nie die Präzision einer *Messung*. (Siehe den *Zusatz* auf S. 411.)

versuchte, Größen, die er für unbeobachtbar hielt, zu eliminieren (was ihm jedoch nicht zur Gänze gelang), kehren wir diesen Versuch um und zeigen, daß der Formalismus, der diese Größen enthält, korrekt ist, weil *diese Größen nicht metaphysisch* sind. Läßt man das Vorurteil der Heisenbergschen Genauigkeitsbeschränkungen fallen, so braucht man die physikalische Bedeutung dieser Größen nicht mehr anzuzweifeln. Die Streuungsrelationen sind Häufigkeitsprognosen über Bahnen; diese müssen daher meßbar sein — ebenso wie etwa Fünferwürfe empirisch feststellbar sein müssen, wenn wir Häufigkeitsprognosen über sie nachprüfen wollen.

Die Heisenbergsche Ablehnung des Bahnbegriffs, wie überhaupt die Redeweise von den „nichtbeobachtbaren Größen", steht übrigens zweifellos im Zeichen philosophischer, und zwar positivistischer Einflüsse. So lesen wir bei March[2]: „Man kann vielleicht, ohne daß ein Mißverständnis zu befürchten wäre, ... sagen: für den Physiker hat der Körper nur in den Augenblicken Realität, da er ihn beobachtet. Natürlich: niemand wird so verrückt sein, zu behaupten, daß der Körper zu existieren aufhört, sowie wir ihm den Rücken kehren; aber er hört von diesem Augenblick an auf, für den Physiker ein Objekt der Forschung zu sein, weil keine Möglichkeit vorliegt, über ihn irgend etwas experimentell Begründetes auszusagen". Anders ausgedrückt: Die Hypothese, daß sich ein Körper, wenn er nicht beobachtet wird, auf der und der Bahn bewegt, ist *nicht verifizierbar*. Aber das ist ja nur selbstverständlich; entscheidend ist, daß eine solche Hypothese *falsifizierbar* ist. Wir können nämlich auf Grund der Bahnhypothese prognostizieren, daß der Körper an der und der Stelle beobachtbar sein wird, und diese Prognose kann widerlegt werden. Daß auch die Quantenmechanik ein solches Verfahren *nicht* ausschließt, werden wir im nächsten Abschnitt zeigen. [Aber es genügt eigentlich schon, was wir hier gesagt haben[*2].] Für uns entfallen damit alle jene Schwierigkeiten, die mit der „Sinnlosigkeit" des Bahnbegriffs zusammenhängen. Wie sehr dadurch die Lage geklärt wird, sieht man vielleicht am besten, wenn man an die radikalen Konsequenzen denkt, die aus dem Versagen des Bahnbegriffs gezogen wurden; Schlick formuliert sie folgendermaßen[3]: „Die bündigste Beschrei-

---

[2] March, Die Grundlagen der Quantenmechanik, S. 1. * Reichenbachs Position ist ähnlich; sie wird in meinem Postscript kritisiert, Abschnitt *13.

[*2] Dieser Satz („Aber es genügt ...") war im Original nicht enthalten. Ich habe ihn hier eingefügt, weil ich die Gedankengänge des im vorangehenden Satz erwähnten „nächsten Abschnittes" (77) nicht mehr für richtig halte und weil alle Argumente des vorliegenden Abschnittes von 77 völlig unabhängig sind: sie beruhen auf dem gerade entwickelten Gedanken, daß man Berechnungen der Bahn des Elektrons in der Vergangenheit zur Nachprüfung der statistischen Prognosen braucht, so daß diese Berechnungen keineswegs „sinnlos" sind. (Siehe auch meine Arbeit, die im *Zusatz*, S. 411, zitiert ist.)

[3] Schlick, Die Kausalität in der gegenwärtigen Physik, Die Naturwissenschaften 19 (1931), S. 159.

bung der geschilderten Verhältnisse ist wohl die, daß man sagt (wie es die bedeutendsten Erforscher der Quantenprobleme tun), der Gültigkeitsbereich der üblichen Raum-Zeit-Begriffe sei auf das makroskopisch Beobachtbare beschränkt, auf atomare Dimensionen seien sie nicht anwendbar." Schlick denkt hier vermutlich an Bohr, der schreibt[4]: „Darum darf man wohl annehmen, daß es bei dem allgemeinen Problem der Quantentheorie sich nicht um eine auf Grundlage der gewöhnlichen physikalischen Begriffe beschreibbare Abänderung der mechanischen und elektrodynamischen Theorien handelt, sondern um ein tiefgehendes Versagen der raumzeitlichen Bilder, mittels welcher man bisher die Naturerscheinungen zu beschreiben versuchte." Heisenberg legte diesen Gedanken Bohrs, den Verzicht auf raumzeitliche Beschreibung, seinen Untersuchungen programmatisch zugrunde. Ihr Erfolg schien diesen Verzicht als fruchtbar zu erweisen; durchgeführt wurde er aber nie. Die oft unumgängliche, aber sozusagen illegitime Verwendung raumzeitlicher Begriffe erscheint durch unsere Überlegungen gerechtfertigt, aus denen hervorgeht, daß die statistischen Streuungsrelationen Aussagen über die Streuung von Ort und Impuls, also Aussagen über Bahnen sind.

Durch unsere Feststellung, daß die Unbestimmtheitsrelationen formalistische Wahrscheinlichkeitsaussagen sind, wird auch das Rätselraten um ihre objektive und subjektive Interpretation aufgeklärt: Wir wissen aus *71*, daß man jede formalistische Wahrscheinlichkeitsaussage auch subjektiv deuten kann, als unbestimmte Prognose, als Aussage über die Unsicherheit unserer Kenntnisse; und wir wissen auch, wann das berechtigte und notwendige Bemühen, eine solche Aussage objektiv zu deuten, mißglücken muß: es scheitert, wenn man an Stelle der statistisch-objektiven Deutung eine unmittelbar-objektive [singuläre] Deutung versucht und die Unbestimmtheit den Einzelvorgängen selbst zuschreibt*[3]. Deutet man nun die Heisenberg-Formeln (unmittelbar) subjektiv, so erscheint damit der Objektivitätscharakter der Physik in Frage gestellt; denn konsequenterweise muß man dann auch die Schrödingerschen Wahrscheinlichkeitswellen subjektiv deuten. Diese Konsequenz zieht Jeans[5]: „Kurz gesagt lehrt uns das Teilchenbild, daß unsere Kenntnis über ein Elektron unbestimmt bleiben muß; das Wellenbild scheint aber zu bedeuten, daß die Unbestimmtheit dem Elektron selbst zukommt, ganz gleichgültig, ob man Messungen

[4] Bohr, Die Naturwissenschaften 14 (1926), S. 1.

*[3] Dies ist eine der Fragen, über die ich nun anderer Ansicht bin. Vgl. dazu mein Postscript, Kapitel *V. Aber die Hauptlinie meiner Argumentation für eine objektive Interpretation bleibt davon unberührt. Meine gegenwärtige Auffassung ist, daß Schrödingers Theorie nicht nur als objektiv und singulär, sondern gleichzeitig auch als probabilistisch interpretiert werden kann und soll.

[5] Jeans, Die neuen Grundlagen der Naturerkenntnis (1934), S. 257 f.; das nächste Zitat von Jeans, a. a. O., S. 258 f.

an ihm anstellt oder nicht. Dennoch muß der Inhalt des Ungenauigkeitsprinzips in beiden Fällen der gleiche sein. Nur auf eine Weise läßt sich dies erreichen: Wir müssen annehmen, daß das Wellenbild eine Darstellung nicht der wirklichen Natur, sondern nur von unserer Kenntnis der Natur liefert." Für Jeans sind also die Schrödingerschen Wellen *subjektive Wahrscheinlichkeitswellen*, Wellen unserer Kenntnisse, und damit dringt die ganze subjektive Wahrscheinlichkeitstheorie in die Physik ein; die von uns verworfenen Schlüsse — das Bernoullische Theorem als „Brücke" zur Statistik usw. (vgl. *62*) — erscheinen unvermeidlich. Jeans formuliert diese subjektivistische Situation der modernen Physik folgendermaßen: „Heisenberg packte das Rätsel der physikalischen Welt an, indem er das Hauptproblem — die Natur des wirklichen Universums — als unlösbar aufgab und sich auf die geringere Aufgabe beschränkte, unsere Beobachtungen der Welt auf einen Nenner zu bringen. Es ist also nicht überraschend, wenn es sich herausstellt, daß das zuletzt erhaltene Wellenbild sich nur auf unsere Kenntnis der Natur bezieht, so wie sie uns durch unsere Beobachtungen vermittelt wird." Solche Konsequenzen mußten dem Positivismus sehr angenehm sein; unsere Überlegungen über Objektivität bleiben aber unberührt: Die statistischen Aussagen der Quantenmechanik müssen in der gleichen Weise intersubjektiv nachprüfbar sein, wie irgendwelche andere Aussagen der Physik. (Nicht nur die Zulässigkeit der Raum-Zeit-Beschreibung rettet unsere einfache Analyse, sondern auch den Objektivitätscharakter der Physik.)

Es ist interessant, daß es zu dieser Jeansschen subjektiven Interpretation der Schrödingerschen Wellen auch das Gegenstück gibt: die nichtstatistische, unmittelbar-objektive [singuläre] Deutung. Schrödinger selbst hat in seinen berühmten *Mitteilungen zur Wellenmechanik* eine solche nichtstatistisch-objektive Deutung seiner Wellengleichung vorgeschlagen (die, wie wir gesehen haben, eine formalistische Wahrscheinlichkeitsaussage ist): Er versuchte, das Korpuskel unmittelbar mit dem Wellenpaket zu identifizieren. Dabei traten aber die für diese Art von Deutung charakteristischen Schwierigkeiten auf: die objektivierten Unbestimmtheiten. Schrödinger mußte annehmen, daß die Ladung des Elektrons über den Raum „verschmiert" ist (mit einer durch die Wellenamplitude bestimmten Ladungsdichte), eine Annahme, die sich als unvereinbar erwies mit der atomistischen Struktur der Elektrizität[6]. Borns statistische Deutung löste das Problem; die logischen Zusammenhänge zwischen der statistischen und der nichtstatistischen Deutung blieben jedoch ungeklärt. So war es möglich, daß — wie wir an den Unbestimmtheitsrelationen sehen — andere formalistische Wahrscheinlichkeitsaussagen unerkannt ihr die Theorie unterminierendes Dasein weiterfristen konnten.

[6] Vgl. z. B. Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, S. 193.

Wir wollen noch ein von Einstein angegebenes Gedankenexperiment[7] besprechen, das Jeans[8] „einen der schwierigsten Teile der neuen Quantentheorie" nennt, das aber durch unsere Interpretation völlig durchsichtig, ja fast trivial wird[*4].

Wir denken uns einen halbdurchlässigen Spiegel. Die (formalistische) Wahrscheinlichkeit ${}_{\alpha}W_{k}(\beta)$, daß ein bestimmtes Lichtquant durch einen solchen Spiegel hindurchdringt, sei ebenso groß wie die, daß es reflektiert wird, d. h., es soll gelten: ${}_{\alpha}W_{k}(\beta) = {}_{\alpha}W_{k}(\overline{\beta}) = \frac{1}{2}$. Dieser Wahrscheinlichkeitsansatz ist, wie wir wissen, durch die objektiven statistischen Wahrscheinlichkeiten definiert, d. h., er enthält die Hypothese, daß die Hälfte einer gewissen Klasse α von Lichtquanten den Spiegel durchdringen, die andere Hälfte reflektiert werden wird. Lassen wir nun ein bestimmtes Lichtquant k auf den Spiegel fallen und stellen wir nachher durch einen Versuch fest, daß das Lichtquant reflektiert wurde, so „ändern" sich die Wahrscheinlichkeiten scheinbar sprunghaft: Vor dem Versuch „waren" sie gleich $\frac{1}{2}$, nach der Feststellung der Reflexion „werden" sie plötzlich gleich 1 bzw. gleich 0. Daß dieses Beispiel mit der im Verlauf von *71* besprochenen Schlußweise logisch übereinstimmt, liegt auf der Hand[*5]. Es ist wohl wenig klärend, wenn Heisenberg[9] diesen Versuch so beschreibt, daß „durch das Experiment am Ort der reflektierten Hälfte des Pakets ... eine Art von Wirkung (Reduktion der Wellenpakete!) auf die beliebig weit entfernte Stelle der anderen Hälfte ausgeübt" wird und „daß sich diese Wirkung mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreitet". Die ursprünglich angesetzten Wahrscheinlichkeiten ${}_{\alpha}W_{k}(\beta)$ und ${}_{\alpha}W_{k}(\overline{\beta})$ bleiben ja weiter gleich $\frac{1}{2}$, und von

---

[7] Vgl. Heisenberg, Physikalische Prinzipien, S. 29.

[8] Jeans, Die neuen Grundlagen, S. 264.

[*4] Das hier folgende Problem ist inzwischen als „Problem der (diskontinuierlichen) *Reduktion des Wellenpakets*" berühmt geworden. Einige führende Physiker teilten mir 1934 mit, daß sie mit meiner trivialen Lösung übereinstimmten, aber das Problem spielt noch jetzt, nach fast dreißig Jahren, eine verwirrende Rolle in der Diskussion um die Quantentheorie. Ich habe es in den Abschnitten *100 und *115 des Postscript wieder ausführlich behandelt. (Siehe auch unten, S. 400, 403, 411.)

[*5] Das heißt, die Wahrscheinlichkeiten „ändern sich" nur insofern, als α durch $\overline{\beta}$ ersetzt wird. Daher bleibt ${}_{\alpha}W(\beta)$ unverändert $\frac{1}{2}$, aber ${}_{\overline{\beta}}W(\beta)$ ist natürlich gleich 0 und ${}_{\overline{\beta}}W(\overline{\beta})$ gleich 1.

[9] Heisenberg, Physikalische Prinzipien, S. 29. Hingegen schreibt v. Laue (Korpuskular- und Wellentheorie, Handbuch d. Radiologie 6, 2. Aufl., S. 79 des Sonderdrucks) zu dieser Frage sehr richtig: „Vielleicht ist es aber überhaupt unrichtig, die Welle in Beziehung zu einem einzigen Korpuskel zu setzen. Sobald man sie grundsätzlich auf eine Gesamtheit vieler voneinander unabhängiger gleichartiger Körper bezieht, fällt ja der paradoxe Schluß fort." * Einstein vertrat eine ähnliche Interpretation: vgl. Anm. *1 zum nächsten Abschnitt und Anhang *XII.

den logischen Konsequenzen einer Festsetzung (der durch das Experiment — durch die Information $k\,\varepsilon\,\beta$ bzw. $k\,\varepsilon\,\overline{\beta}$ — nahegelegten Wahl einer Bezugsklasse β bzw. $\overline{\beta}$ an Stelle von α) zu sagen, daß sie sich „mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten", ist wohl nicht viel besser als zu sagen, zwei mal zwei sei mit Überlichtgeschwindigkeit gleich vier; und auch die nicht unrichtige Bemerkung, daß eine *solche* „Wirkungsausbreitung" nicht benutzt werden kann, um etwa Signale zu befördern, dürfte die Klarheit kaum fördern.

Dieses Gedankenexperiment ist ein eindringlicher Beleg dafür, wie notwendig klare Unterscheidungen und Definitionen des statistischen und des formalistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs sind. Und es zeigt deutlich, daß die Behandlung des Interpretationsproblems der Quantenmechanik auf die logische Analyse des Interpretationsproblems der Wahrscheinlichkeitsaussagen gestützt werden muß.

*77. Entscheidende Experimente**. Bisher haben wir die beiden ersten Punkte des in der Einleitung vor *73* skizzierten Programms durchgeführt: Wir haben gezeigt, daß (1) die Heisenberg-Formeln statistisch interpretiert werden können und daß daher (2) ihre Deutung als Genauigkeitsbeschränkungen keine logische Konsequenz der Quantenmechanik ist, der somit genauere Messungen auch nicht widersprechen[*1].

Recht schön — könnte uns jemand erwidern —, man kann die Quantenmechanik vielleicht auch so auffassen; aber ich glaube nicht, daß der physikalische Kernpunkt des Heisenbergschen Gedankenganges, die Unmöglichkeit genauer Einzel*prognosen*, durch deine Überlegungen berührt wird.

Wir lassen unseren Gegner an Hand eines physikalischen Beispiels seinen Standpunkt entwickeln:

---

* Ich habe das im vorliegenden Abschnitt beschriebene Gedankenexperiment zurückgezogen, weil es auf einem Irrtum beruht. (Zum Ursprung dieses Irrtums siehe Anm. *1 zu meinem alten Anhang VI und Punkt 10 des neuen Anhanges *XI. Kritisiert wurde der Irrtum zuerst von C. F. von Weizsäcker in Die Naturwissenschaften 22, 1934, S. 807, und von Einstein in seinem Brief, der in Anhang *XII abgedruckt ist.) Ich halte dieses Experiment nicht mehr für durchführbar, aber auch nicht mehr für entscheidend. Denn im Zusammenhang meiner Thesen läßt es sich weitgehend durch das berühmte Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen ersetzen. (Siehe Anm. *4 zum vorliegenden Abschnitt und die Anhänge *XI und *XII.) Alle anderen Gedankengänge des vorangehenden Abschnitts und der folgenden Abschnitte bleiben aber aufrecht: Sie werden durch den Ausfall dieses Experiments nicht berührt. Da man die Wiederveröffentlichung des Abschnitts *77* kritisiert hat, möchte ich hier feststellen, daß sie mir kein Vergnügen bereitet hat. Aber ich war der Meinung, einige Leser würden vielleicht genau sehen wollen, welche Fehler ich begangen hatte. Außerdem hätte man mir vorwerfen können, ich wolle meinen Irrtum verheimlichen und aus der Welt schaffen. (Siehe auch S. 411.)

[*1] Punkt (3) meines Programms ist damit eigentlich auch schon durchgeführt.

Denke dir einen geraden Elektronenstrahl, wie man ihn etwa in einer Kathodenröhre vor sich hat; die Richtung des Strahls soll die x-Richtung sein. Wir können nun an diesem Strahl verschiedene Aussonderungen vornehmen, z. B. eine Elektronenmenge mit Rücksicht auf ihre Lage in der x-Richtung (also auf ihre x-Koordinaten in einem bestimmten Zeitpunkt) aussondern, etwa so, daß wir den Strahl mit Hilfe eines Momentverschlusses nur ganz kurze Zeit fliegen lassen, wodurch wir eine Gruppe von Elektronen erhalten, die in der x-Richtung nur eine ganz kleine Ausdehnung hat. Nach den Streuungsrelationen müssen dann die Impulse der verschiedenen Elektronen dieser Gruppe in der x-Richtung streuen (und somit auch die Energien). Wie du ganz richtig betonst, sind wir imstande, diese Streuungsaussage zu überprüfen, und zwar dadurch, daß wir die Impulse bzw. die Energien einzelner Elektronen messen; da uns ja die Orte bekannt sind, wird damit Ort *und* Impuls bekannt. Eine solche Messung können wir etwa in der Weise vornehmen, daß wir die Elektronen auf eine Platte auffallen lassen, deren Atome sie anregen können. Wir werden dann feststellen, daß u. a. auch solche Atome angeregt werden, zu deren Anregung eine weit größere Energie notwendig ist als die mittlere Energie der Elektronengruppe. Davon, daß derartige genaue Messungen unmöglich oder bedeutungslos sind, kann, wie du richtig betonst, keine Rede sein. Aber — und hier kommt mein Einwand — indem wir eine solche Messung vornehmen, stören wir das Gebilde, das wir untersuchen, also die einzelnen Elektronen oder, wenn wir viele messen (wie in unserem Beispiel), den ganzen Elektronenstrahl. Obwohl es also der Theorie logisch nicht widersprechen würde, wenn uns die Impulse der verschiedenen Elektronen der noch ungestört fliegenden Gruppe bereits bekannt wären (sofern es uns nur unmöglich ist, diese unsere Kenntnis zu verwenden, um eine verbotene Aussonderung herzustellen), so gibt es doch offenbar kein Mittel, solche Kenntnisse über die einzelnen Elektronen zu erlangen, ohne sie zu stören. Es bleibt also dabei, daß wir [scharfe] Einzelprognosen nicht aufstellen können.

Zu diesem Einwand wäre zu bemerken, daß wir uns nicht wundern dürften, wenn er richtig wäre: Es ist ja selbstverständlich, daß wir aus einer statistischen Theorie keine exakten Einzelprognosen, sondern immer nur „unbestimmte" (d. h. formalistische) Einzelprognosen ableiten können. Was wir jedoch behaupten, ist zunächst nur, daß die Theorie solche Prognosen zwar nicht liefert, aber auch *nicht verbietet*; von der „Unmöglichkeit" von Einzelprognosen könnte nur dann die Rede sein, wenn man nachweisen würde, daß jede Art von prognostizierender Messung infolge der Störung unmöglich ist.

Gerade das ist meine Meinung, wird unser Gegner antworten; eben die Unmöglichkeit solcher Messungen behaupte ich. Du nimmst an, es sei

möglich, die Energie eines der fliegenden Elektronen zu messen, ohne es aus seiner Lage, aus der Elektronengruppe, hinauszuwerfen. Diese Annahme ist es nun, die mir unhaltbar scheint; denn wenn ich Apparate hätte, mit denen ich solche Messungen vornehmen kann, so müßte ich mit diesen oder ähnlichen Apparaten auch Elektronenanhäufungen *herstellen* können, die (a) räumlich begrenzt sind, (b) einen bestimmten Impuls haben. Daß die Existenz einer solchen Anhäufung oder physikalischen Aussonderung der Quantenmechanik widersprechen würde, ist ja auch deine Ansicht: sie wird durch deine Streuungsrelationen verboten. Die einzige Antwort, die du mir geben kannst, ist daher: es kann Apparate geben, mit denen man messen, nicht aber jene Aussonderungen herstellen kann. Diese Antwort ist zwar, wie ich zugeben muß, logisch zulässig, aber mein physikalischer Instinkt sträubt sich dagegen, daß wir etwa die Impulse von Elektronen messen können, ohne daß es möglich wäre, sie z. B. wegzuschaffen, wenn ihr Impuls größer (oder kleiner) ist als ein gewisser vorgegebener Wert.

Zu diesen Überlegungen bemerken wir zunächst, daß sie vielleicht ganz plausibel sind; ein strenger *Beweis* dafür, daß, wenn eine prognostizierende Messung möglich ist, auch eine entsprechende physikalische Aussonderung möglich sein müßte, kann jedoch (wie wir gleich sehen werden, aus guten Gründen) nicht erbracht werden; infolgedessen beweisen diese Überlegungen nicht, daß exakte Prognosen der Quantenmechanik widersprechen würden, sondern sie führen eine *zusätzliche Hypothese* ein; der (Heisenbergs Auffassung entsprechende) Satz, daß genaue Einzelprognosen unmöglich sind, erweist sich als äquivalent mit der Hypothese, *daß prognostizierende Messungen und physikalische Aussonderungen gekoppelt*[1] sind. Und dem theoretischen System: Quantenmechanik plus Koppelungshypothese muß unsere Auffassung natürlich widersprechen.

Damit haben wir den Punkt (3) unseres Programms erledigt; was wir noch zu zeigen haben, ist Punkt (4): daß das System, bestehend aus der statistisch gedeuteten Quantenmechanik (sowie den Impuls- und Energieerhaltungssätzen), verbunden mit der Koppelungshypothese widerspruchsvoll ist. Es ist wohl eines der zu tiefst liegenden Vorurteile, daß eine solche Koppelung von Messung und Aussonderung besteht. Und nur durch ein solches Vorurteil ist es zu erklären, daß die primitiven Überlegungen, die das Gegenteil beweisen, bisher noch nicht angestellt wurden.

Diese mehr physikalischen Überlegungen sind, wie wir betonen möchten, nicht etwa eine Voraussetzung, sondern eine Frucht unserer logischen

[1] Die zusätzliche Hypothese, von der hier gesprochen wird, kann natürlich auch in anderer Form auftreten. Der äußere Anlaß dafür, daß wir uns gerade mit dieser Form auseinandersetzen, ist, daß der Einwand, Messung und physikalische Aussonderung seien gekoppelt, gegen die hier vertretene Auffassung (in mündlichen und brieflichen Auseinandersetzungen) in der Tat erhoben wurde.

Analyse der Unbestimmtheitsrelationen; die bisherige Analyse ist denn auch von den weiteren Überlegungen *ganz unabhängig**2, insbesondere auch von dem physikalischen Gedankenexperiment, das wir weiter unten entwickeln werden, um die Möglichkeit beliebig genauer Prognosen bestimmter einzelner Teilchenbahnen zu beweisen.

Als Vorbereitung für die Diskussion dieses Gedankenexperimentes wollen wir zuerst einige einfachere Experimente besprechen; diese sollen zeigen, daß wir ohne weiteres beliebig genaue Bahnprognosen aufstellen und auch überprüfen können; freilich zunächst nur solche Prognosen, die nicht von *bestimmten* einzelnen Teilchen sprechen, sondern von Teilchen, die etwa durch Angabe eines beliebig kleinen Raum-Zeit-Elements ($\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta t$) gekennzeichnet sind, wobei wir in jedem Fall nur mit einer gewissen *Wahrscheinlichkeit* annehmen dürfen, daß es überhaupt Teilchen gibt, auf die diese Kennzeichnung paßt.

Wir benützen wieder einen in der x-Richtung fliegenden Teilchenstrahl (Elektronen- oder Lichtstrahl), der aber diesmal monochromatisiert sein soll: alle Teilchen sollen parallel zueinander mit bekanntem Impuls in der x-Richtung fliegen; ihre Impulskomponenten in den anderen Richtungen sind dann auch bekannt, nämlich gleich 0. Anstatt nun wie früher den Ort einer Teilchengruppe in der x-Richtung durch eine *physikalische* Aussonderung zu bestimmen — diese Teilchengruppe von den anderen Teilchen technisch zu isolieren —, wollen wir nun eine Teilchengruppe *gedanklich* aussondern; wir denken uns z. B. die Gruppe aller Teilchen herausgegriffen, die (mit einer gewissen Genauigkeit) in einem bestimmten Moment die Ortskoordinate x haben, deren Orte also nur innerhalb eines beliebig kleines Spielraumes Δx streuen. Von jedem dieser Teilchen ist uns der Impuls genau bekannt. Wir wissen daher für jeden Augenblick, wo sich diese Teilchengruppe gerade befinden wird. (Es ist klar, daß die Existenz einer solchen Teilchengruppe der Quantenmechanik nicht widerspricht, sondern daß nur ihre isolierte Existenz, also die Möglichkeit, sie physikalisch auszusondern, der Quantenmechanik widersprechen würde.) Eine solche gedankliche Aussonderung können wir auch für die anderen Ortskoordinaten vornehmen: während der monochromatisierte physikalisch ausgesonderte Strahl in der y- und z-Richtung sehr breit sein muß (bei idealer Monochromatisierung unendlich breit), da ja die Impulse in diesen Richtungen scharf ausgesondert, nämlich gleich 0 sind und daher die Orte in diesen Richtungen streuen müssen, können wir uns natürlich einen beliebig schmalen Teilstrahl ausgesondert *denken*; und wieder werden wir nicht nur die Orte, sondern auch die Impulse jedes Teilchens dieses Strahls kennen. Wir werden daher für jedes Teilchen dieses gedanklich ausgesonderten schmalen Strahls *prognostizieren* können, an welcher Stelle und mit welchem Impuls es z. B. auf eine dem Strahl im Wege stehende [photographische] Platte auffallen wird; und wir können diese Prognose selbstverständlich (etwa in derselben Weise wie beim früheren Experiment) auch empirisch *nachprüfen*.

*2 Trotz der hier ausgesprochenen Warnung meinten anscheinend diejenigen Kritiker, die mein Gedankenexperiment mit Recht ablehnten, daß sie damit auch die vorangehende Analyse widerlegt hätten.

Was für diesen Typus eines reinen Falls gilt, muß natürlich auch für die anderen Typen gelten, z. B. für einen monochromatisierten Strahl, aus dem wir einen Teilstrahl physikalisch aussondern — etwa durch einen sehr schmalen Spalt, der eine bestimmte y-Koordinate hat (wir nehmen also die früher nur gedanklich vorgenommene Aussonderung eines schmalen Lichtstrahles nunmehr auch physikalisch-technisch vor): Wir wissen zwar von keinem Teilchen voraus, in welche Richtung es nach dem Verlassen des Spaltes sich wenden wird; aber wir können, wenn wir eine bestimmte Richtung betrachten, die Impulskomponenten aller Teilchen, die sich in diese Richtung gewendet haben, genau berechnen. Die Teilchen, die nach dem Verlassen des Spaltes in eine bestimmte Richtung fliegen, bilden nämlich wieder eine gedankliche Aussonderung; wir können ihren Ort und ihren Impuls, kurz: ihre Bahnen prognostizieren und können, indem wir ihnen wieder eine Platte in den Weg stellen, diese Prognose auch nachprüfen.

Für die empirische Nachprüfung etwas schwieriger, aber grundsätzlich ganz analog liegen die Verhältnisse bei dem zuerst diskutierten Fall der [physikalischen] Ortsaussonderung in der Flugrichtung. Hier müssen die verschiedenen Teilchen wegen der Impulsstreuung mit verschiedener Geschwindigkeit fliegen. Die Teilchengruppe wird sich daher im Verlaufe ihres Fluges über ein immer größeres Gebiet der x-Richtung auseinanderziehen (das Paket fließt auseinander). Wir können dann in jedem Augenblick feststellen, wie groß der Impuls einer gedanklich ausgesonderten Teilgruppe ist, die sich in diesem Moment gerade an einer bestimmten Stelle der x-Richtung befindet: ihr Impuls wird um so größer sein, je weiter „vorne" wir die Teilgruppe aussondern (und umgekehrt). Die empirische Nachprüfung der auf diese Weise zustande gekommenen Prognosen kann so geschehen, daß wir die Platte z. B. durch ein bewegtes Filmband ersetzen; da wir von jeder Stelle des Filmbandes wissen können, wann sie den Einschlägen der Elektronen ausgesetzt war, so können wir auch für jede Stelle *prognostizieren*, mit welchem Impuls die Einschläge erfolgen werden; diese Prognosen können wir z. B. dadurch *überprüfen*, daß wir vor dem bewegten Filmband oder auch vor einem Spitzenzähler ein *Filter* anordnen (nämlich bei Lichtquantenstrahlen; bei Elektronen z. B. ein elektrisches Feld normal zur Strahlrichtung mit nachfolgender Richtungsaussonderung), um nur jene Teilchen durchzulassen, die einen gewissen vorgegebenen Impuls haben: wir können dann feststellen, ob diese Teilchen im entsprechenden Zeitpunkt eingetroffen sind oder nicht.

Die Genauigkeit dieser überprüfenden Messungen ist durch die Ungenauigkeitsrelation nicht beschränkt. Diese bezieht sich ja vor allem auf solche Messungen, die zur Deduktion, nicht zur Überprüfung von Prognosen verwendet werden, also vor allem nur auf „*prognostische*" Messungen, nicht auf „*nichtprognostische*" *Messungen*. In *73* und *76* haben wir drei Fälle von solchen „nichtprognostischen" Messungen besprochen, nämlich (a) zweimalige Ortsmessung, (b) Ortsmessung mit vorangegangener und (c) mit nachfolgender Impulsmessung. Die hier besprochene Messung durch ein Filter vor einem Filmband oder Spitzenzähler gehört zu Fall (b): Impulsaussonderung mit nachfolgender Ortsmessung. Es ist das wohl gerade jener Fall, der nach Heisenberg (vgl. *73*) eine „Rechnung über die Vergangenheit des Elektrons" gestattet. Während nämlich in den Fällen (a) und (c) nur eine Rechnung über die Zeit *zwischen* den beiden Messungen möglich ist, kann man in Fall (b), wenn die erste Messung eine Impuls*aussonderung* ist, auch die Bahn *vor* der ersten Messung berechnen, da die Impulsaussonderung die Lage des Teilchens nicht stört*[3]. Heisenberg zieht, wie wir erwähnten, die „physikalische Realität" dieser Messung in Frage, da sie uns den Impuls eines Teilchens nur *beim Eintreffen* an einem genau gemessenen Ort zu einer genau gemessenen Zeit genau zu berechnen gestattet; sie scheint mangels eines prognostischen Gehalts zu keinen nachprüfbaren Konsequenzen zu führen. Gerade auf diese scheinbar „nichtprognostische" Messung wollen wir aber unser Gedankenexperiment gründen, daß die Möglichkeit erweisen soll, Ort und Impuls eines bestimmten einzelnen Teilchens genau zu prognostizieren.

Da wir aus der Voraussetzung, daß solche genaue „nichtprognostische" Messungen möglich sind, so weitgehende Folgerungen ableiten, ist es wohl am Platz, die Zulässigkeit dieser Voraussetzung näher zu besprechen; das geschieht in Anhang VI.

Mit dem folgenden Gedankenexperiment greifen wir unmittelbar jene Argumentation an, die nach Bohr und Heisenberg die Interpretation der Heisenberg-Formeln als Genauigkeitsbeschränkungen begründen sollte. Diese Interpretation wurde ja damit zu rechtfertigen versucht, daß es nicht gelingt, ein Gedankenexperiment anzugeben, das genauere (prognostische)

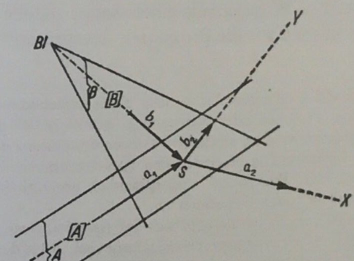
*[3] Diese Behauptung (die ich aus meiner Analyse in Anhang VI herzuleiten versuchte) wurde von Einstein wirksam kritisiert (vgl. Anhang *XII) und damit bricht mein Gedankenexperiment zusammen. Wesentlich ist dabei, daß sich durch nichtprognostische Messungen die Bahn eines Teilchens nur *zwischen* zwei Messungen bestimmen läßt, z. B. zwischen einer Impulsmessung und einer darauffolgenden Ortsmessung (oder umgekehrt); nach der Quantentheorie ist es nicht möglich, die Bahn weiter zurück zu projizieren, d. h. in die Zeitregion vor der ersten dieser Messungen. Daher ist der letzte Absatz von Anhang VI falsch und wir können nicht wissen, ob das in x ankommende Teilchen (siehe unten) aus der Richtung von S oder anderswoher kommt.

Messungen ermöglicht. Bei dieser Methode der Argumentation kann offenbar nicht ausgeschlossen werden, daß doch noch einmal ein Gedankenexperiment aufgefunden wird, das (unter Verwendung bekannter Effekte und Gesetzmäßigkeiten) die Möglichkeit solcher Messungen beweist. Da man bisher glaubte, daß ein solches Experiment *in Widerspruch* zum quantenmechanischen Formalismus stehen müsse, so suchte man auch nur in dieser Richtung. Unsere logische Analyse — die Durchführung unserer Programmpunkte (1) und (2) — macht aber den Weg zu einem Gedankenexperiment frei, das *in Übereinstimmung* mit der Quantenmechanik die fraglichen genauen Messungen als möglich erweist.

Um ein solches Experiment zu konstruieren, verwenden wir wie früher „gedankliche Aussonderungen", wählen aber eine solche Anordnung, daß wir, wenn ein durch die Aussonderung gekennzeichnetes Teilchen existiert, davon Kenntnis erhalten können.

Unser Experiment, das gewissermaßen eine Idealisierung der Versuche von Compton-Simon und von Bothe-Geiger[2] darstellt, kann sich, da wir Einzelprognosen erhalten wollen, natürlich nicht auf rein statistische Voraussetzungen stützen; seine Grundlagen sind die nichtstatistischen Erhaltungssätze von Energie und Impuls: Wir benützen den Umstand, daß uns diese Sätze den Zusammenstoß zweier Teilchen unter der Voraussetzung zu berechnen gestatten, daß von den vier Größen, die den Zusammenstoß beschreiben, d. h. den Impulsen $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{b}_1$ vor, $\mathfrak{a}_2$ und $\mathfrak{b}_2$ nach dem Zusammenstoß zwei sowie eine Komponente[3] einer dritten gegeben sind. (Die Rechnung ist aus der Theorie des Compton-Effekts bekannt[4].)

Wir denken uns nun folgende Versuchsanordnung (vgl. Abb. 2): Wir kreuzen zwei Teilchenstrahlen (von denen höchstens einer ein Lichtstrahl



(Abb. 2) Versuchsanordnung

[2] Compton und Simon, Physical Revue 25 (1924), S. 439; Bothe und Geiger, Zeitschrift für Physik 32 (1925), S. 639; vgl. auch Compton, X-Rays and Electrons (New York, 1927); Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften 5 (1916), S. 267ff.; Haas, Atomtheorie (1929), S. 229ff.

[3] „Komponente" im weitesten Sinn verstanden (also eventuell auch die Richtung oder der absolute Betrag).

[4] Vgl. z. B. Haas, a. a. O.

und höchstens einer elektrisch nicht neutral sein darf[5]), die beide *reine Fälle* sind, derart, daß der Strahl A monochromatisch ist, also eine reine Impulsaussonderung nach den Impulsen $\mathfrak{a}_1$ darstellt, während der Strahl B an der Stelle Bl durch einen schmalen Spalt eine Ortsaussonderung erfährt; die B-Teilchen mögen den gegebenen Impulsbetrag $|\mathfrak{b}_2|$ haben. Manche von den Teilchen der Strahlen werden zusammenstoßen. Wir denken uns nun zwei schmale Teilstrahlen [A] und [B] und suchen ihren Schnittpunkt S. Der Impuls von [A] ist bekannt, nämlich $\mathfrak{a}_1$. Der Impuls des Teilstrahls [B] läßt sich, wenn wir eine bestimmte Richtung für [B] gewählt haben, gleichfalls berechnen; wir nennen ihn $\mathfrak{b}_1$. Wir wählen nun eine Richtung SX und können dann unter der Voraussetzung, daß wir jene Teilchen des Strahls [A] betrachten, die nach dem Zusammenstoß in diese Richtung fliegen, die Größen $\mathfrak{a}_2$ und $\mathfrak{b}_2$ berechnen. Jedem Teilchen von [A], das bei S mit dem Impuls $\mathfrak{a}_2$ gegen X gestreut wird, muß ein Teilchen von [B] entsprechen, das bei S mit dem Impuls $\mathfrak{b}_2$ in die berechenbare Richtung dieses Impulses SY gestreut wird. Stellen wir nun bei X einen Apparat auf — etwa einen Spitzenzähler oder das bewegte Filmband —, der die Einschläge solcher aus der Richtung S kommender Teilchen an dem beliebig eng begrenzten Ort X nach Messung ihres Impulses registriert, so können wir sagen: indem wir von einer solchen Registrierung Kenntnis nehmen, erfahren wir auch, daß ein zugeordnetes Teilchen von dem Ort S mit dem Impuls $\mathfrak{b}_2$ nach Y unterwegs ist; und wir erfahren durch die Registrierung auch, an welcher Stelle es sich gerade bewegt, da wir aus der Zeit des Einschlages bei X und der bekannten Geschwindigkeit des bei X einschlagenden Teilchens den Augenblick der Streuung bei S berechnen können. Indem wir nun bei Y z. B. gleichfalls einen Spitzenzähler (oder das Filmband) verwenden, können wir die Prognosen überprüfen*4.

---

5 Wir denken vor allem an einen Licht- und einen beliebigen Korpuskularstrahl (Negatonen, Positonen, Protonen oder Neutronen), grundsätzlich können aber auch zwei Korpuskularstrahlen verwendet werden, von denen mindestens *einer* ein Neutronenstrahl ist. (Nebenbei bemerkt: Die bereits in den Sprachgebrauch übergehenden Ausdrücke: „Negatronen" und „Positronen" sind sprachlich unmögliche Bildungen; man sagt ja auch nicht „positriv" oder „Protronen".)

*4 Einstein, Podolsky und Rosen berufen sich auf ein *schwächeres*, aber dafür *gültiges* Argument: es möge Heisenbergs Interpretation richtig sein, nach der man nur *entweder* den Ort *oder* den Impuls des ersten Teilchens in *X* beliebig genau messen kann. Dann gilt: wenn wir den Ort des ersten Teilchens *messen*, können wir den Ort des zweiten Teilchens *berechnen*; und wenn wir den Impuls des ersten Teilchens *messen*, können wir den Impuls des zweiten Teilchens *berechnen*. Da wir aber unsere Wahl — ob wir Ort oder Impuls messen — später treffen können, auch *nach* dem Zusammenstoß der beiden Teilchen, ist es unsinnig anzunehmen, daß das zweite Teilchen auf irgendeine Weise durch die Änderung der Versuchsanordnung beeinflußt oder gestört wird, die unsere Wahl mit sich bringt. Demnach können wir mit beliebiger Genauigkeit *entweder* den Ort *oder* den Impuls des zweiten Teilchens berechnen, *ohne es zu stören*; dies kann man so ausdrücken,

Die *Genauigkeit* dieser Prognosen und der sie überprüfenden Messungen ist nun für die Ortskoordinaten und Impulskomponenten in der Richtung SY *keinen grundsätzlichen Beschränkungen von Art der Ungenauigkeitsrelationen* unterworfen. Denn durch unser Gedankenexperiment wird die Frage nach der Genauigkeit der *Prognosen* für ein bei S gestreutes [B]-Teilchen auf die Frage nach der Genauigkeit der (wie es zunächst schien, „nichtprognostischen") Messungen des entsprechenden bei X *einfallenden* [A]-Teilchens zurückgeführt. Dessen Impuls in der SX-Richtung und dessen Zeitpunkt des Einfallens (= Ort in der SX-Richtung) kann nun beliebig genau gemessen werden (vgl. Anhang VI), wenn wir vor der Ortsmessung eine Impulsaussonderung vornehmen — z. B. durch Vorschalten [eines elektrischen Feldes oder] eines Filters vor den Spitzenzähler. Das hat aber (wie in Anhang VII näher besprochen wird) zur Folge, daß die Genauigkeit der Prognosen für das [B]-Teilchen in der SY-Richtung nicht beschränkt ist.

Dieses Gedankenexperiment läßt erkennen, daß und unter welchen Umständen exakte Einzelprognosen möglich, d. h. mit der Quantenphysik verträglich sind: sie sind dann möglich, wenn wir von dem Zustand eines Teilchens Kenntnis erhalten, ohne ihn jedoch willkürlich herbeiführen zu können; wir erhalten unsere Kenntnis also insofern post festum, als sich das Teilchen zu diesem Zeitpunkt bereits in seinem Bewegungszustand befinden muß, aber wir können dennoch unsere Kenntnis verwenden, um Prognosen zu deduzieren und sie zu überprüfen. (Ist das prognostizierte Teilchen des Strahls [B] etwa ein Lichtquant, so könnten wir z. B. berechnen, wann es am Sirius eintreffen wird.) Da die Einschläge an der Stelle X in zufallsartigen Abständen erfolgen werden, werden die verschiedenen prognostizierten Teilchen des Strahls [B] gleichfalls Abstände voneinander haben, die zufallsartig streuen. Es würde der Quantenmechanik widersprechen, wenn wir daran etwas ändern, also z. B. gewisse regelmäßige Abstände herstellen könnten. Wir können, sozusagen, zielen und auch die Stärke des Schusses genau vorausbestimmen; ferner können wir (auch noch vor dem Einschuß bei Y) genaue Kenntnis vom Zeitpunkt des Abschusses (bei S) erhalten; aber wir können den Zeitpunkt des Abschusses nicht willkürlich bestimmen, sondern müssen warten, bis ein Schuß losgeht, und wir können auch nicht verhindern, daß z. B. in dieselbe Richtung (aus der Umgebung von S) unkontrollierte Schüsse abgegeben werden.

Es ist klar, daß unser Experiment mit Heisenbergs Auffassung in Widerspruch steht; da aber seine Möglichkeit aus dem System der statistisch gedeuteten Quantenphysik (einschließlich Energie- und Impulssatz) deduziert werden kann, muß Heisenbergs Interpretation mit dieser in Widerspruch

---

daß man sagt, das zweite Teilchen „*habe*" sowohl einen scharfen Ort als auch einen scharfen Impuls. (Einstein sagte, daß sowohl Ort als auch Impuls „wirklich" seien, worauf er als „Reaktionär" angegriffen wurde.) Siehe auch die Anhänge *XI und *XII.

stehen. Die durch die Compton-Simon- und Bothe-Geigerschen Versuche sichergestellte Möglichkeit eines derartigen Experimentes kann somit als ein experimentum crucis aufgefaßt werden, als eine Entscheidung zwischen der Heisenbergschen und der konsequent durchgeführten statistischen Auffassung der Quantenmechanik.

78. Indeterministische Metaphysik. Es ist die Aufgabe des Naturforschers, nach Gesetzen zu suchen, die ihm die Deduktion von Prognosen ermöglichen. Und er hat sowohl die Aufgabe, solche Gesetze zu suchen, die ihm die Deduktion von Einzelprognosen möglich machen (Gesetze von „Kausalcharakter", von „deterministischem Charakter", „Präzisionsaussagen"), als auch die Aufgabe, Häufigkeitshypothesen, Wahrscheinlichkeitsgesetze aufzustellen, um Häufigkeitsprognosen deduzieren zu können. Zwischen diesen beiden Aufgaben besteht kein wie immer gearteter Widerspruch; es ist weder so, daß wir dort, wo wir Präzisionsaussagen aufstellen, *keine Häufigkeitshypothesen* aufstellen werden, denn manche Präzisionsaussagen sind ja, wie wir wissen, als Makrogesetze aus Häufigkeitsansätzen deduzierbar; noch ist es so, daß wir aus der Bewährung von Häufigkeitsaussagen in einem Gebiet darauf schließen dürfen, daß wir auf diesem Gebiet *keine Präzisionsaussagen* aufstellen können. Aber obwohl diese Verhältnisse völlig klar liegen, wird doch insbesondere der zuletzt verworfene Schluß immer wieder gezogen. Immer wieder glaubt man, daß dort, wo der Zufall herrscht, keine Gesetzmäßigkeit herrschen könne. Wir haben uns mit diesem Vorurteil bereits in *69* auseinandergesetzt.

Nach dem gegenwärtigen Stand der Forschung ist kaum anzunehmen, daß dieser Dualismus von Makro- und Mikrogesetzen [die sich beide bewähren] leicht zu überwinden sein wird. Logisch möglich wäre eine Überwindung in der Richtung, daß alle bekannten Präzisionsaussagen als Makrogesetze auf Häufigkeitsaussagen zurückgeführt werden. Der umgekehrte Weg ist wohl nicht gangbar; Häufigkeitsaussagen können, wie wir in *70* gesehen haben, niemals aus Präzisionsaussagen abgeleitet werden, sie brauchen selbständige, spezifisch-statistische Voraussetzungen: Nur aus Wahrscheinlichkeitsansätzen können Wahrscheinlichkeiten errechnet werden*[1].

Das ist die logische Situation. Sie gibt weder zu deterministischen noch zu indeterministischen Betrachtungen Anlaß: selbst dann, wenn es jemals gelingen sollte, die Physik mit reinen Häufigkeitsaussagen zu bestreiten, dürften wir daraus keinerlei indeterministische Konsequenzen ziehen — in dem Sinn, daß wir behaupten, es „gäbe" in der Natur keine Präzisionsgesetze, keine Gesetze, um den Ablauf der Elementarvorgänge zu pro-

*[1] Gegen diese Auffassung wendet sich Einstein am Schluß seines hier in Anhang *XII abgedruckten Briefes. Ich halte sie trotzdem für richtig.

gnostizieren. Denn der Forscher wird sich durch nichts abhalten lassen, immer auch nach solchen Gesetzen zu suchen, und aus dem Erfolg von Wahrscheinlichkeitsansätzen darf man eben niemals schließen, daß das Suchen des Forschers vergeblich sein muß.

Auch diese Überlegungen sind nicht vielleicht ein Ergebnis des in *77* konstruierten Gedankenexperiments; im Gegenteil: Nehmen wir an, die Ungenauigkeitsrelationen wären durch dieses Experiment nicht widerlegt (etwa deshalb, weil das in Anhang VI angeführte experimentum crucis gegen die Quantenmechanik entscheidet), so könnten sie doch nur als Häufigkeitsaussagen überprüft werden, sich nur als Häufigkeitsaussagen bewähren. Aus ihrer Bewährung dürften wir daher in keinem Fall indeterministische Schlüsse ziehen*[2].

Wir halten die Frage: Ist die Welt von strengen Gesetzen beherrscht oder nicht? für metaphysisch. Denn die Gesetze, die wir finden, sind immer Hypothesen, können immer wieder überholt und gegebenenfalls auch aus Wahrscheinlichkeitsansätzen deduziert werden. Und daß die Leugnung der Kausalität nichts anderes wäre als ein Versuch, dem Forscher einzureden, daß er nicht weiter forschen soll, und daß ein solcher Versuch, wenn er sich Beweiskraft anmaßt, unzulässig sein muß, haben wir soeben gezeigt. Das sogenannte „Kausalprinzip" oder der „Kausalsatz", wie immer man ihn formuliert, hat somit einen ganz anderen Charakter als ein Naturgesetz, und wir müssen daher Schlick widersprechen, der sagt, „... der Kausalsatz lasse sich *in demselben Sinne* auf seine Richtigkeit prüfen wie irgendein Naturgesetz"[1].

Aber die Kausalitätsmetaphysik ist doch nichts anderes als die typische metaphysische Hypostasierung einer *berechtigten* methodologischen Regel — des Entschlusses des Forschers, das Suchen nach Gesetzen nicht auf-

*[2] Ich bin noch immer der Ansicht, daß diese Analyse im wesentlichen richtig ist: wir können aus dem Erfolg von Häufigkeitsprognosen über Münzenwürfe nicht schließen, daß die einzelnen Würfe nicht determiniert sind. Aber wir können etwa eine indeterministische Metaphysik dadurch vertreten, daß wir Schwierigkeiten und Widersprüche aufweisen, die diese Metaphysik auflösen kann.

[1] Schlick, Die Kausalität in der gegenwärtigen Physik, Die Naturwissenschaften 19, S. 155. Die betreffende Stelle heißt in extenso (vgl. dazu auch Anm. 7 und 8 zu *4*): „Unsere Bemühungen, eine dem Kausalprinzip äquivalente prüfbare Aussage zu finden, sind also mißglückt; unsere Formulierungsversuche führten nur zu Scheinsätzen. Dieses Ergebnis kommt uns aber doch nicht ganz unerwartet, denn wir sagten schon oben, der Kausalsatz lasse sich *in demselben Sinne* auf seine Richtigkeit prüfen wie irgendein Naturgesetz, deuteten aber bereits an, daß Naturgesetze bei strenger Analyse gar nicht den Charakter von Aussagen haben, die wahr oder falsch sind, sondern vielmehr ‚Anweisungen' zur Bildung solcher Aussagen darstellen." — Die Auffassung, daß das Kausalprinzip mit den Naturgesetzen auf eine Stufe zu stellen sei, hat Schlick schon früher vertreten. Da er aber früher die Naturgesetze als echte Sätze auffaßte, faßte er auch „das Kausalprinzip ... als empirisch prüfbare Hypothese" auf (vgl. Allgemeine Erkenntnislehre, 2. Aufl., 1925, S. 374).

zugeben*³. Insofern ist die Kausalmetaphysik in ihren Auswirkungen viel fruchtbarer als eine indeterministische Metaphysik, wie sie z. B. von Heisenberg vertreten wird; wir sehen in der Tat, daß die Heisenbergschen Formulierungen lähmend auf die Forschung gewirkt haben. Unsere Untersuchung läßt erkennen, daß selbst naheliegende Zusammenhänge übersehen werden können, wenn uns immer wieder eingehämmert wird, daß das Suchen nach solchen Zusammenhängen „sinnlos" ist.

Daß die Heisenberg-Formeln und ähnliche Aussagen, die sich nur durch ihre statistischen Konsequenzen bewähren können, keine indeterministischen Konsequenzen haben, wäre nun noch kein Beweis, daß es auch sonst keine empirischen Sätze geben kann, die ähnliche Schlüsse gestatten; etwa den, daß jene methodologische Regel verfehlt ist, da es zwecklos, sinnlos oder „unmöglich" ist (vgl. Anm. 2 zu *12*), nach Gesetzen und nach Einzelprognosen zu suchen. Aber einen *empirischen Satz*, der eine *methodologische* Konsequenz hat, die uns bestimmen könnte, das Suchen nach Gesetzen einzustellen, kann es nicht geben. Denn soll dieser Satz keine metaphysischen Bestandteile enthalten, so müßte auch seine indeterministische Konsequenz falsifizierbar sein*⁴. Diese könnte aber offenbar nur dadurch als unrichtig erwiesen werden, daß es gelingt, Gesetze aufzustellen und Prognosen zu deduzieren, die sich bewähren. Soll nun jene indeterministische Konsequenz als *empirische Hypothese* auftreten, so müßten wir uns bemühen, sie zu überprüfen, zu falsifizieren, d. h. aber: wir müßten eben nach Gesetzen und Prognosen *suchen*; und wir könnten einer Aufforderung, dieses Suchen einzustellen, nicht nachkommen, ohne den empirischen Charakter jener Hypothese preiszugeben. Die Annahme, daß es eine empirische Hypothese geben kann, die uns veranlassen könnte, das Suchen nach Gesetzen aufzugeben, ist also widerspruchsvoll.

Wir wollen hier nicht näher darauf eingehen, wie oft die Versuche, den Indeterminismus zu beweisen, nicht so sehr eine „indeterministische", sondern eher eine deterministisch-metaphysische Einstellung verraten (Heisenberg z. B. versucht, kausal zu erklären, daß und warum es keine kausale Erklärung geben kann*⁵). Wir erwähnen nur noch die Bemühungen, die darauf abzielen, zu zeigen, daß die Unbestimmtheitsrelationen in ähnlicher Weise unseren Forschungsmöglichkeiten einen Riegel vorschieben, wie der Satz von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Die Analogie

*³ Zu der hier und im folgenden Teil dieses Abschnittes vertretenen Auffassung vgl. Kapitel *IV des Postscript.

*⁴ Dies ist zwar als *Erwiderung an einen Positivisten* richtig, aber in dieser Form irreführend. Denn eine falsifizierbare Aussage kann allerlei logisch schwache Konsequenzen haben, darunter auch nichtfalsifizierbare. (Vgl. den vierten Absatz von *66*.)

*⁵ Sein Gedankengang läßt sich kurz so zusammenfassen: Kausalität ist unmöglich, weil wir das beobachtete Objekt stören. Aber das heißt: wegen einer bestimmten kausalen Wechselwirkung. Siehe auch unten, S. 399—411.

zwischen den beiden Naturkonstanten *c* und *h*, der Lichtgeschwindigkeit und dem Planckschen Wirkungsquantum, wurde als eine grundsätzliche Beschränkung der Möglichkeiten unseres Forschens aufgefaßt, Fragestellungen, die sich über diese Schranke hinauszutasten versuchten, wurden nach dem Vorbild des Scheinproblemverfahrens als sinnlos abgelehnt. Nach unserer Meinung besteht wohl eine Analogie zwischen den beiden Konstanten *c* und *h*; derart aber, daß die Konstante *h* ebensowenig als Beschränkung unserer Forschungsmöglichkeiten interpretiert werden kann wie die Konstante *c*. Der Satz von der Konstanz [und vom Grenzcharakter] der Lichtgeschwindigkeit verbietet ja nicht, nach Überlichtgeschwindigkeiten zu suchen, sondern behauptet, daß wir solche nicht finden werden, also insbesondere nicht Signale herstellen können, die schneller sind als *c*. Und ähnlich sind die Heisenberg-Formeln nicht etwa als ein Verbot zu interpretieren, nach „überreinen Fällen" zu suchen, sondern nur als die Behauptung, daß wir sie nicht finden werden, also insbesondere auch nicht herstellen können. Die Verbote der Überlichtgeschwindigkeit und der überreinen Fälle fordern aber — wie andere empirische Sätze — den Forscher geradezu auf, nach den verbotenen Vorgängen zu suchen; denn nur dadurch, daß er sie zu falsifizieren versucht, kann er empirische Sätze überprüfen.

Historisch ist das Auftauchen dieser indeterministischen Metaphysik verständlich. Daß die deterministische Metaphysik sich bei den Physikern großer Beliebtheit erfreuen mußte, ist nach dem, was wir oben gesagt haben, klar. Und da die logischen Zusammenhänge noch nicht genügend geklärt waren, mußte das Mißlingen des Versuches, die statistischen Effekte der Spektren aus einem mechanischen Atommodell zu deduzieren, zu einer Krise des Determinismus führen. Heute sehen wir in diesem Mißlingen eine Selbstverständlichkeit: Man kann aus einem nichtstatistischen, mechanischen Modell eines Atoms keine statistischen Gesetze ableiten. Damals aber (etwa um 1924, zur Zeit der Bohr-Kramers-Slaterschen Theorie) mußte die Sache so erscheinen, daß in dem Mechanismus des (einzelnen) Atoms plötzlich statt strenger Gesetze Wahrscheinlichkeiten auftreten. Das deterministische Weltbild wurde erschüttert — vor allem dadurch, daß man die Wahrscheinlichkeitsaussagen immer wieder formalistisch ausdrückte. Auf diesem Boden konnte dann mit Hilfe der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelationen ein Indeterminismus errichtet werden — gleichfalls, wie wir nun sehen, durch Mißverstehen der formalistischen Wahrscheinlichkeitsaussagen.

Wir können hier nur die eine Forderung erheben: Versuchen wir, strenge, beschränkende Gesetze, Verbote aufzustellen, die an der Erfahrung scheitern können; die Forschung durch Verbote zu beschränken, sollten wir unterlassen.