Geodaten – Geoinformation – Geowissen

M2

Geoinformatik

2 Geometrische Grundbegriffe: Inzidenz

Prof. Dr. Christoph Schlieder

Der erste Zugang zur Geometrie

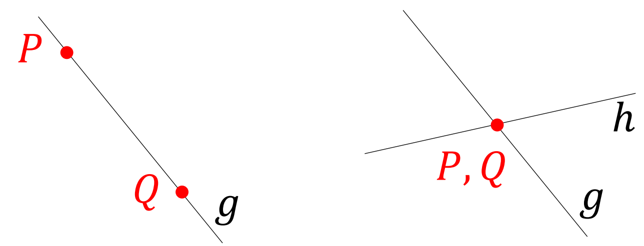
- Axiomatischer Ansatz
  - GR geo-metría
    DE Erd-messung
  - bereits in der Antike axiomatisch (Euklid)
  - ausgearbeitet in Hilberts formalistischem Programm
- Axiome
  - legen Eigenschaften fest von Punkten und Geraden
  - „Axiome sind implizite Definitionen“


(PD) British Library, wikimedia.commons.org

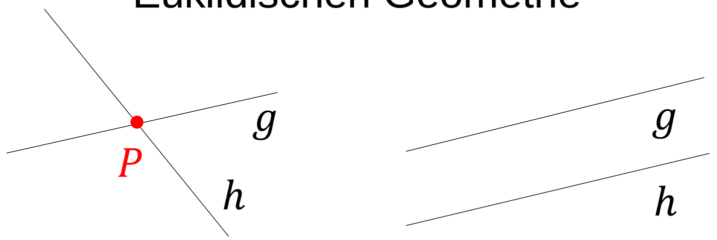
Personifikation der Geometrie in einem Manuskript (14. Jh.) der Elemente Euklids

Inzidenzaxiome

- Inzidenz
  - Die Relation $i(P, g)$ drückt aus, dass der Punkt P auf der Geraden g liegt.
- Erstes Inzidenzaxiom
  - „Zwei voneinander verschiedene Punkte … bestimmen stets eine Gerade …“
- Satz aus Inzidenzaxiomen
  - „Zwei Geraden einer Ebene haben einen oder keinen Punkt gemein“



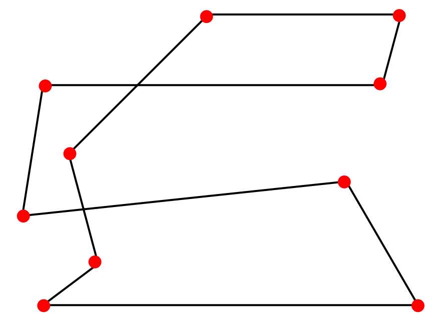
Erstes Inzidenzaxiom der Euklidischen Geometrie



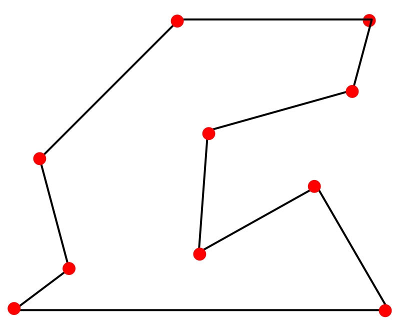
Satz der Euklidischen Geometrie: Schnittpunkte von Geraden

Geometrische Objekte

- Strecke
  - Die Strecke PQ ist der durch die Punkte P und Q begrenzte Abschnitt auf der Geraden durch P und Q.
- Polygone
  - Ein Polygon ist eine durch eine Folge von Punkten $P_1, \dots, P_k$ definierte Figur.
  - Die Strecken $P_i P_{i+1}$ heißen Seiten des Polygons
  - Ein Polygon heißt einfach, wenn seine Strecken sich nicht überschneiden



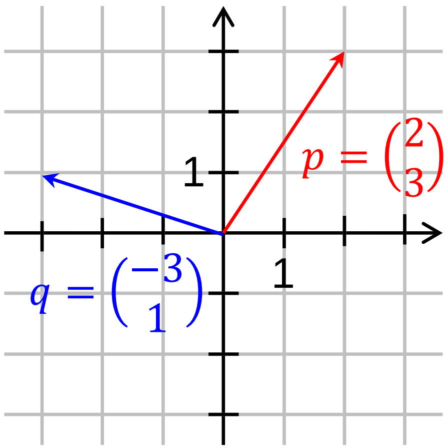
Selbstüberschneidungen



Einfaches Polygon

Der zweite Zugang zur Geometrie

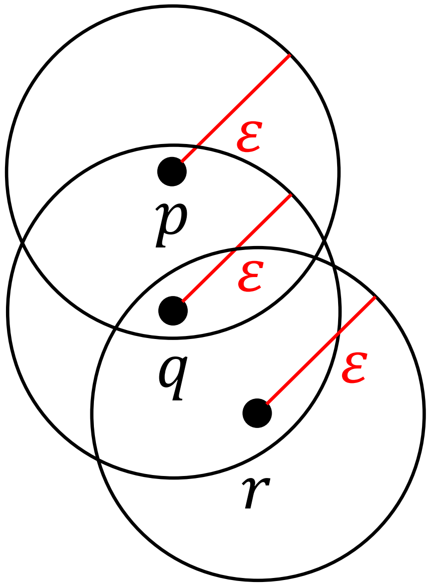
- Analytischer Ansatz
  - Punkte durch Ortsvektoren beschreiben: Lineare Algebra als Theorie der Vektorräume
- Mathematische Modelle
  - Koordinatenkörper $\mathbb{R}$
  - $\mathbb{R}^2$: tradition. Kartographie
  - $\mathbb{R}^3$: Höhenmodelle, dynamische 2D-Karten
  - $\mathbb{R}^4$: dyn. Höhenmodelle, ...
  - $\mathbb{R}^n$: Multispektralbilder



Ortsvektoren p und q im kartesischen Koordinatensystem des Vektorraums $\mathbb{R}^2$

Beschränkte Genauigkeit (1)

- Real-Arithmetik
  - Die Gleichheit der Punkte $p = (p_1, p_2)$ und $q = (q_1, q_2)$ kann nur bezogen auf einen beim Vergleich tolerierten Fehler ε überprüft werden
- Gleichheit von Punkten
  - $equal(p,q) :=$ $\sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2} < \varepsilon$
  - Diese „Gleichheitsrelation“ ist nicht transitiv!



$equal(p,q) \wedge equal(q,r)$
$\nRightarrow equal(p,r)$